8 Sistemas de ecuaciones

Relieve encontrado en Nimrud (Irak).

Sistemas de ecuaciones en la antigua Mesopotamia

Toros alados androcéfalos del palacio de Jorsabad (Irak).

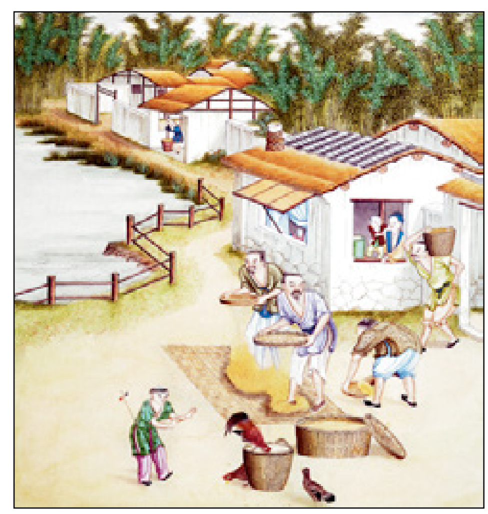
El desarrollo de la resolución de sistemas de ecuaciones se hizo a la par que el de las ecuaciones.

Los babilonios plantearon y resolvieron, entre otras cosas, sistemas de ecuaciones lineales con varias incógnitas. A estas las llamaban longitud, anchura, área, volumen…, aunque el problema no tuviera nada que ver con cuestiones geométricas.

Avances en China

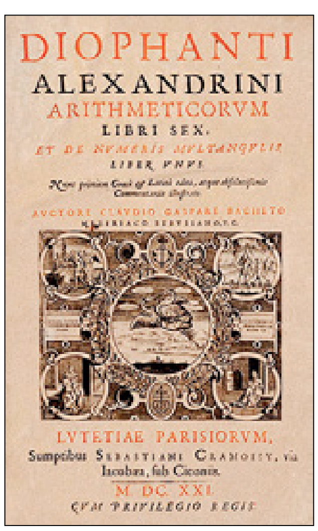
En el siglo I a. C. apareció en China el *Libro de los nueve capítulos*, en el que se incluyen 246 problemas de la vida cotidiana sobre agrimensura, ingeniería, repartos, fiscalidad, etc.

En el capítulo octavo se proponen problemas que dan lugar a sistemas de hasta cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas. Y se resuelven mediante métodos muy avanzados.



Campesinos chinos tamizando arroz.

También los griegos…



DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX.
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via Iacobæa, sub Ciconiis.
M. DC. XXI.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

Portada del libro sexto de la "Aritmética" de Diofanto, en una edición de 1621.

Cuatro siglos más tarde, en Alejandría, **Diofanto** planteó problemas algebraicos que respondían a sistemas de ecuaciones. Pero él los resolvía designando una incógnita, hábilmente escogida, de modo que le permitía entrar, directamente, en una única ecuación.

Diofanto proponía problemas como este:

"Obtener dos números que suman 20 y cuyos cuadrados suman 208".

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

1 Ecuaciones con dos incógnitas

Incógnitas

A las incógnitas se las suele designar con las letras x e y. Sin embargo, pueden usarse otras letras. Por ejemplo, si una corresponde al tiempo y otra a la velocidad, podemos designarlas mediante t y v, respectivamente.

En esta unidad vamos a tratar con ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Las **ecuaciones lineales** son polinómicas de primer grado: $ax + by = c$.

Por ejemplo, $2x + y = 7$ es una ecuación lineal con dos incógnitas.

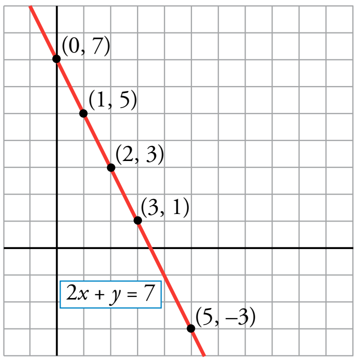
El par de valores $x = 3$, $y = 1$ es una solución de la ecuación anterior porque $2 \cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$.

También son soluciones de dicha ecuación $x = 1$, $y = 5$; $x = 3{,}5$, $y = 0$.

Solución de una ecuación con dos incógnitas es cualquier par de valores que hagan cierta la igualdad.

Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones.

Representación gráfica



Para obtener soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas, se despeja una de ellas y se le dan valores a la otra. Por ejemplo, para obtener soluciones de $2x + y = 7$, podemos despejar y:

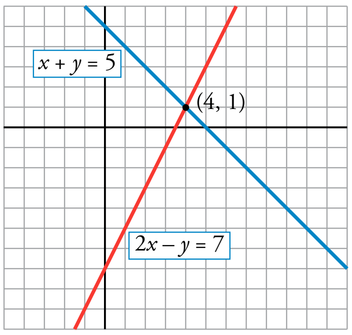
$$2x + y = 7 \rightarrow y = 7 - 2x$$

Dando valores a x, obtenemos los de y sustituyendo en la última expresión. Así, podemos averiguar todas las soluciones que queramos:

x	0	1	2	5	…
y	$7 - 2 \cdot 0 = 7$	$7 - 2 \cdot 1 = 5$	3	–3	…

Si las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas se interpretan como puntos del plano, entonces la ecuación se representa mediante una **recta** y sus soluciones son los puntos de esta. Este es el motivo por el que una solución $x = a$, $y = b$ se designa, también, así: (a, b).

Ejercicio resuelto



Representar las rectas de ecuaciones $x + y = 5$; $2x - y = 7$.

$x + y = 5 \rightarrow y = 5 - x$

x	–1	0	1	2	3	4	5
y	6	5	4	3	2	1	0

$2x - y = 7 \rightarrow y = 2x - 7$

x	–1	0	1	2	3	4	5
y	–9	–7	–5	–3	–1	1	3

Observa que ambas ecuaciones tienen una solución común: $x = 4$, $y = 1$. Es el punto en que se cortan las dos rectas.

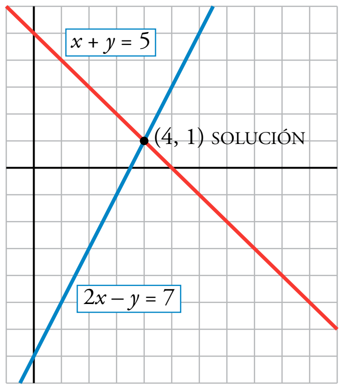
Piensa y practica

1. Representa las rectas correspondientes a estas ecuaciones: a) $2x - y = 3$ b) $-x + y = 1$

¿Cuál es la solución común a ambas ecuaciones?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

2 Sistemas de ecuaciones



La solución de un sistema de ecuaciones lineales es el punto donde se cortan las dos rectas.

Dos ecuaciones forman un **sistema** cuando lo que pretendemos de ellas es encontrar su solución común.

Cuando dos ecuaciones forman un sistema, las ponemos de esta forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Solución de un sistema de ecuaciones es la solución común a ambas.

Si las dos ecuaciones del ejercicio resuelto de la página anterior las tomamos como sistema de ecuaciones, las pondremos del siguiente modo:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

La solución del sistema es $x = 4$, $y = 1$, porque es solución de ambas ecuaciones.

A veces, en lugar de decir **sistema de ecuaciones** diremos, simplemente, **sistema.**

Si ambas ecuaciones del sistema son lineales, lo llamaremos **sistema lineal.**

Ocasionalmente, nos encontraremos con sistemas formados por más de dos ecuaciones.

Problema resuelto

Tenemos 53 céntimos de euro repartidos en 16 monedas, unas de dos céntimos y otras de cinco céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase tenemos?

Elección de incógnitas: $\begin{cases} x: \text{número de monedas de dos céntimos} \\ y: \text{número de monedas de cinco céntimos} \end{cases}$

Relaciones entre las incógnitas:

En total tengo 16 monedas $\longrightarrow x + y = 16$

El valor total es 53 céntimos de euro.
Valor de las monedas de dos céntimos: $2x$
Valor de las monedas de cinco céntimos: $5y$
$\longrightarrow 2x + 5y = 53$

Las dos ecuaciones forman un sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x + y = 16 \\ 2x + 5y = 53 \end{cases}$

En las próximas páginas aprenderemos a resolver algebraicamente sistemas lineales. Ahora podemos hacerlo por tanteo. La solución $x = 9$, $y = 7$ significa que tenemos 9 monedas de dos céntimos y 7 monedas de cinco céntimos. Compruébalo.

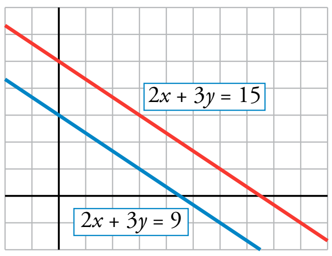
Piensa y practica

1. Tenemos 76 céntimos de euro en veinte monedas de dos y de cinco céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase tenemos?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

3 Número de soluciones de un sistema lineal

En general, un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas tiene una única solución. Es el punto donde se cortan las dos rectas, como ya hemos visto. Sin embargo, no siempre ocurre así. Veamos, a continuación, los demás casos que pueden darse:



Sistema incompatible. Gráficamente, son dos rectas paralelas. No tienen ningún punto común.

Sistemas sin solución

Hay sistemas cuyas ecuaciones dicen cosas contradictorias. Por ejemplo:

a) $\begin{cases} 2x+3y=15 \\ 2x+3y=9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+3y=15 \\ 4x+6y=18 \end{cases}$

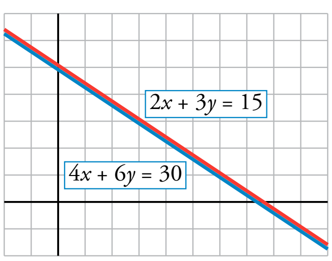
En ambos casos es imposible conseguir que las dos igualdades sean ciertas para los mismos valores de x y de y:

En a), si $2x + 3y$ es igual a 15, no puede ser, a la vez, igual a 9.

En b), como $4x + 6y$ es el doble de $2x + 3y$, debería ser igual a 30 y no a 18.

Se dice que estos sistemas son *incompatibles*.

Los sistemas que no tienen solución se llaman **incompatibles.** Gráficamente, son dos rectas paralelas: no tienen ningún punto en común.



Sistema indeterminado. Gráficamente, es dos veces la misma recta. Todos sus puntos coinciden.

Sistemas con infinitas soluciones

Hay sistemas cuyas dos ecuaciones dicen lo mismo. Es decir, son dos veces la misma ecuación. Por ejemplo:

a) $\begin{cases} 2x+3y=15 \\ 2x+3y=15 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+3y=15 \\ 4x+6y=30 \end{cases}$

Las soluciones del sistema son las de cualquiera de las dos ecuaciones. Como sabemos, una ecuación con dos incógnitas tiene infinitas soluciones.

Estos sistemas se llaman *indeterminados*.

Los sistemas que tienen infinitas soluciones se llaman **indeterminados.** Gráficamente, son dos rectas coincidentes: todos sus puntos son comunes.

Piensa y practica

1. Fijándote bien en las ecuaciones que los forman, di cuál de los siguientes sistemas tiene una solución, cuál es incompatible y cuál indeterminado. Compruébalo representando las rectas:

a) $\begin{cases} x+y=5 \\ x+y=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+\ \ y=5 \\ -2x+5y=10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+\ \ y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$

2. Completa los siguientes sistemas para que el primero tenga la solución $x = 5$, $y = 3$, el segundo sea incompatible, el tercero sea indeterminado y el cuarto, también:

a) $\begin{cases} x-4y=\ldots \\ 2x\ \ \ \ \ldots=13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+\ \ y=4 \\ 4x+2y=\ldots \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 4x\ \ \ \ldots=\ldots \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x+11y=\ldots \\ \ldots+33y=9 \end{cases}$

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

4 Método de sustitución

Este método de resolución de un sistema de ecuaciones consiste en despejar una incógnita en una de las ecuaciones y **sustituir** en la otra.

En la práctica, al aplicar este método solo se escribe en cada paso la ecuación que se transforma, en lugar de escribir el sistema completo cada vez.

Describamos los pasos que conviene dar para aplicar este método:

$\boxed{1}$ Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones.

$\boxed{2}$ Se sustituye la expresión de esta incógnita en la otra ecuación, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.

$\boxed{3}$ Se resuelve esta ecuación.

$\boxed{4}$ El valor obtenido se sustituye en la ecuación en la que aparecía la incógnita despejada.

$\boxed{5}$ Se ha obtenido, así, la solución.

Ejemplo

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

$\boxed{1} \downarrow$

$$\boxed{x = 2y - 1}$$

$\boxed{2} \downarrow$

$$2(2y - 1) + 3y = 19$$

$\boxed{3} \downarrow$

$$4y - 2 + 3y = 19 \rightarrow \boxed{y = 3}$$

$\boxed{4} \downarrow$

$$x = 2 \cdot 3 - 1 \rightarrow \boxed{x = 5}$$

$\boxed{5} \downarrow$

Solución: $x = 5, \; y = 3$

Ejercicio resuelto

Resolver por el método de sustitución este sistema: $\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ x + 6y = -4 \end{cases}$

$\boxed{1}$ Despejamos la x en la 2.ª ecuación: $x = -4 - 6y$

$\boxed{2}$ Sustituimos esta expresión de la x en la 1.ª: $3(-4 - 6y) + 5y = 1$

$\boxed{3}$ Resolvemos la ecuación resultante:

Quitamos paréntesis: $-12 - 18y + 5y = 1$

Simplificamos: $-18y + 5y = 1 + 12 \rightarrow -13y = 13$

Despejamos la incógnita: $y = \frac{13}{-13} = -1 \rightarrow y = -1$

$\boxed{4}$ Sustituimos el valor de y en $x = -4 - 6y$:

$$x = -4 - 6 \cdot (-1) = -4 + 6 = 2 \rightarrow x = 2$$

$\boxed{5}$ Se ha obtenido la solución: $x = 2, \; y = -1$

Comprobación: $\left.\begin{array}{ll} 3 \cdot 2 + 5 \cdot (-1) = 1 & \text{CORRECTO} \\ 2 + 6 \cdot (-1) = -4 & \text{CORRECTO} \end{array}\right\}$ La solución es válida.

En la web Repasa la resolución de sistemas por el método de sustitución.

Piensa y practica

En la web Refuerza el método de sustitución.

1. Resuelve, por el método de sustitución, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

En la web Practica el método de sustitución.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

5 Método de igualación

Consiste en despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e **igualar** las expresiones resultantes.

Describimos a continuación los pasos que conviene seguir para aplicar este método:

1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.
2. Se igualan las expresiones, lo cual da lugar a una ecuación con una incógnita.
3. Se resuelve esta ecuación.
4. El valor obtenido se sustituye en cualquiera de las dos expresiones en las que aparecía despejada la otra incógnita.
5. Se ha obtenido, así, la solución.

Ejemplo

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

$\boxed{1} \downarrow$

$$\begin{cases} x = \dfrac{19 - 3y}{2} \\ x = -1 + 2y \end{cases}$$

$\boxed{2} \downarrow$

$$\frac{19 - 3y}{2} = -1 + 2y$$

$\boxed{3} \downarrow$

$$19 - 3y = 2(-1 + 2y) \rightarrow \boxed{y = 3}$$

$\boxed{4} \downarrow$

$$x = -1 + 2 \cdot 3 \rightarrow \boxed{x = 5}$$

$\boxed{5} \downarrow$

Solución: $x = 5,\ y = 3$

En la web Repasa la resolución de sistemas por el método de igualación.

Ejercicio resuelto

Resolver por el método de igualación este sistema: $\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ x + 6y = -4 \end{cases}$

$\boxed{1}$ Despejamos la x en cada una de las ecuaciones:

$$x = \frac{1 - 5y}{3}; \quad x = -4 - 6y$$

$\boxed{2}$ Igualamos ambas expresiones: $\dfrac{1 - 5y}{3} = -4 - 6y$

$\boxed{3}$ Resolvemos la ecuación resultante:

Quitamos denominadores: $1 - 5y = 3(-4 - 6y)$

Simplificamos:

$$1 - 5y = -12 - 18y \rightarrow -5y + 18y = -12 - 1 \rightarrow 13y = -13$$

Despejamos la incógnita: $y = \dfrac{-13}{13} = -1 \rightarrow y = -1$

$\boxed{4}$ Sustituimos el valor de y en cualquiera de las expresiones del primer paso:

$$x = -4 - 6 \cdot (-1) = -4 + 6 = 2 \rightarrow x = 2$$

$\boxed{5}$ Hemos obtenido la solución: $x = 2,\ y = -1$

La comprobación se haría como en la página anterior.

Piensa y practica

En la web Refuerza el método de igualación.

1. Resuelve, por el método de igualación, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

6 Método de reducción

Ten en cuenta

Hemos multiplicado:

- La 1.ª ecuación por el coeficiente de la x en la 2.ª.
- La 2.ª ecuación por el coeficiente de la x en la 1.ª, cambiado de signo.

De ese modo, se obtienen dos ecuaciones con el mismo coeficiente de la x, pero con distinto signo. Al sumarlas, desaparece esta incógnita.

No lo olvides

Este método es especialmente cómodo cuando:

- Una de las incógnitas tiene coeficientes iguales.
- Los coeficientes de una de las incógnitas son uno múltiplo de otro.

Observa atentamente cómo resolvemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \xrightarrow{\text{multiplicamos los dos miembros por } 4} & 12x + 8y = 28 \\ 4x - 3y = 15 \xrightarrow{\text{multiplicamos los dos miembros por } -3} & -12x + 9y = -45 \end{cases}$$

Sumamos miembro a miembro las dos ecuaciones $\longrightarrow$ $17y = -17$

La incógnita y la tenemos despejada $\longrightarrow$ $y = -1$

Sustituimos el valor de y en una de las ecuaciones iniciales y resolvemos:

$3x + 2 \cdot (-1) = 7 \rightarrow 3x = 7 + 2 \rightarrow x = 3 \rightarrow$ *Solución:* $x = 3,\ y = -1$

Este método consiste en preparar las dos ecuaciones para que una de las incógnitas tenga el mismo coeficiente en ambas, pero con distinto signo. Sumando las ecuaciones resultantes, miembro a miembro, se obtiene otra con solo una incógnita (se ha **reducido** el número de incógnitas). En resumen:

1. Se preparan las dos ecuaciones (multiplicándolas por los números que convenga).
2. Al sumarlas, desaparece una de las incógnitas.
3. Se resuelve la ecuación resultante.
4. El valor obtenido se sustituye en una cualquiera de las ecuaciones iniciales y se resuelve.
5. Se tiene, así, la solución.

Ejercicio resuelto

Resolver por reducción: ***a)*** $\begin{cases} \boldsymbol{3x + 5y = 11} \\ \boldsymbol{4x - 5y = 38} \end{cases}$ ***b)*** $\begin{cases} \boldsymbol{3x + 4y = 9} \\ \boldsymbol{5x + 2y = 15} \end{cases}$

a) Sumando ambas ecuaciones desaparece la y:

$7x = 49 \rightarrow x = 7; \quad 3 \cdot 7 + 5y = 11 \rightarrow y = -2$

Solución: $x = 7,\ y = -2$

b) Multiplicando la segunda por –2, obtenemos el mismo coeficiente en la y, pero con distinto signo:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ -10x - 4y = -30 \end{cases}$$

Sumando: $-7x = -21 \rightarrow x = 3$

Sustituyendo: $3 \cdot 3 + 4y = 9 \rightarrow y = 0$

Solución: $x = 3,\ y = 0$

En la web Practica el método de reducción.

Piensa y practica

1. Resuelve, por el método de reducción, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 5y = -26 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$

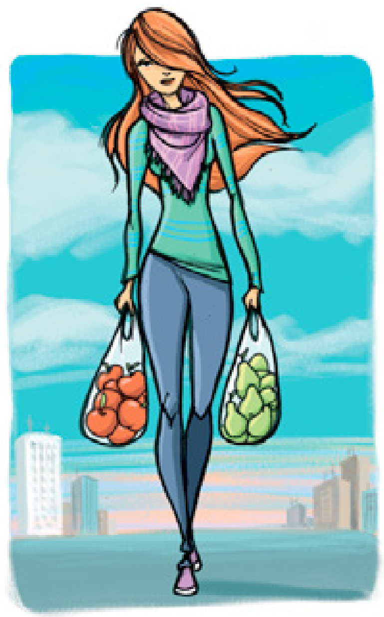
En la web Refuerza el método de reducción.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

7 Traducción de enunciados a sistemas de ecuaciones

Suele ser más sencillo plantear un problema algebraico complejo mediante un sistema de ecuaciones que mediante una única ecuación con una incógnita. Veamos los pasos que conviene dar:

1. Identificar los elementos que intervienen y nombrar las incógnitas.
2. Expresar mediante ecuaciones las relaciones existentes.
3. Resolver el sistema de ecuaciones resultante.
4. Interpretar la solución ajustándola al enunciado.



Problema resuelto

Dos kilos de peras y tres de manzanas cuestan 7,80 €. Cinco kilos de peras y cuatro de manzanas cuestan 13,20 €. ¿A cómo está el kilo de peras? ¿Y el de manzanas?

1. Identificar los elementos que intervienen y nombrar las incógnitas.

   Precio de las peras $\rightarrow$ x euros/kilo

   Precio de las manzanas $\rightarrow$ y euros/kilo

2. Expresar mediante ecuaciones las relaciones existentes.

   2 kg de peras y 3 kg de manzanas cuestan 7,80 € $\rightarrow$ $2x + 3y = 7{,}80$

   5 kg de peras y 4 kg de manzanas cuestan 13,20 € $\rightarrow$ $5x + 4y = 13{,}20$

3. Resolver el sistema de ecuaciones resultante.

   Aplicamos el método de reducción:

$$\left.\begin{array}{l} 2x+3y=7{,}80 \\ 5x+4y=13{,}20 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{por } 5} \\ \xrightarrow{\text{por } -2} \end{array} \begin{array}{r} 10x+15y=\ \ 39{,}00 \\ -10x-\ \ 8y=-26{,}40 \\ \hline 7y=\ \ 12{,}60 \end{array} \rightarrow y = 1{,}80$$

$$2x + 3 \cdot 1{,}80 = 7{,}80 \rightarrow 2x = 2{,}40 \rightarrow x = 1{,}20$$

4. Interpretar la solución ajustándola al enunciado.

   Un kilo de peras cuesta 1,20 €, y uno de manzanas, 1,80 €.

Compruébalo

$2 \cdot 1{,}20 + 3 \cdot 1{,}80 = 7{,}80$

$5 \cdot 1{,}20 + 4 \cdot 1{,}80 = 13{,}20$

En la web Refuerza la traducción de enunciados.

Piensa y practica

1. Por dos cafés y un cruasán hemos pagado 4,30 €. En la mesa de al lado había un grupo de amigos que han pagado 11,60 € por cinco cafés y tres cruasanes. ¿Cuánto cuesta cada café y cada cruasán?

2. Calcula dos números cuya suma sea 191, y su diferencia, 67.

3. Una empresa aceitera ha envasado 3 000 litros de aceite en 1 200 botellas de dos y de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?

4. En un test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 puntos por cada error. Si mi nota ha sido 10,5, ¿cuántos aciertos y cuántos errores he cometido?

5. Para pagar un artículo que costaba 3 €, he utilizado nueve monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

Ver el ejercicio resuelto de la página 100.

En la web Resuelve los problemas: "Las latas", "Las mezclas".

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Ejercicios y problemas

Practica

1. Completa los siguientes sistemas de ecuaciones para que ambos tengan la solución $x = 2,\ y = -1$:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = \ldots \\ 3x - 4y = \ldots \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 7y = \ldots \\ -2x - 5y = \ldots \end{cases}$

2. Comprueba si $x = -2,\ y = 1$ es solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 7x + 4y = -10 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 6y = 1 \end{cases}$

3. a) Busca dos soluciones de la siguiente ecuación: $2x + y = 4$.

b) Representa gráficamente la recta $2x + y = 4$.

c) ¿Qué relación hay entre los puntos de la recta y las soluciones de la ecuación?

4. Resuelve por sustitución.

a) $\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 5 \\ 4x + 2y = 22 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x + y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + 8 = y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x - 4y = -6 \\ 3y + 1 = x \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x = 4y - 4 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$

5. Resuelve por igualación.

a) $\begin{cases} x = 2y \\ x = 4y - 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 6x \\ x + y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y = \dfrac{2x}{3} \\ y = \dfrac{x+1}{3} \end{cases}$

e) $\begin{cases} 4 + 3y = x \\ x + 2y = -1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

6. Resuelve por reducción.

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 6x - 2y = -6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{cases}$

7. Resuelve estos sistemas por el método que consideres más adecuado e interpreta gráficamente la solución (no es necesario que representes las rectas):

a) $\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x + y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - y = 1 \\ 3 + 2y = 10x \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x = 2y \\ 3x - y = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 3y = -8 \\ 6y = 4x + 16 \end{cases}$

8. Resuelve por el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 3x = 6 \\ 5x + \dfrac{4y}{3} = 14 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x - 3y = 3 \\ 3x + 6y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 1,2x + 0,7y = 13 \\ x - 0,5y = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3} = 1 \\ 2(x + y) - 15 = 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y = 8 \end{cases}$

Piensa y resuelve

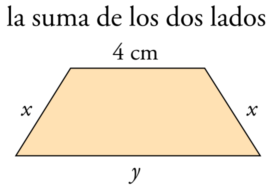
9. En un bar se venden bocadillos de jamón a 3,50 € y bocadillos de tortilla a 2 €. En una mañana vendieron 52 bocadillos y la recaudación final fue de 149 €. ¿Cuántos se vendieron de cada clase?

10. Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0,30 € por cada pieza que sale del taller para la venta, pero sufre una pérdida de 0,40 € por cada pieza defectuosa que debe retirar. En una jornada ha fabricado 2 100 bombillas, obteniendo unos beneficios de 484,40 €. ¿Cuántas bombillas válidas y cuántas defectuosas se han fabricado en ese día?

11. La diferencia entre los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo es de 65°. Halla sus medidas.

Recuerda cuál es la suma de los ángulos del triángulo.

12. El perímetro de este trapecio es de 24 cm. La base mayor mide lo mismo que la suma de los dos lados iguales. Halla las longitudes de todos los lados del trapecio.



Nombre y apellidos: .... Fecha: ....