6 El lenguaje algebraico

Primeros pasos, "álgebra retórica"

Los problemas algebraicos están presentes en todas las antiguas civilizaciones, casi siempre ligados a lo práctico: repartos, herencias, cálculo de superficies…

Los antiguos mesopotámicos y egipcios practicaban un álgebra "retórica", utilizando el lenguaje natural: "Si saco la tercera parte del trigo que hay en el montón, y…".

Agrimensores egipcios. Pintura de las tumbas de Mena y Najt en Lúxor (Egipto).

Primeros símbolos, "álgebra sincopada"

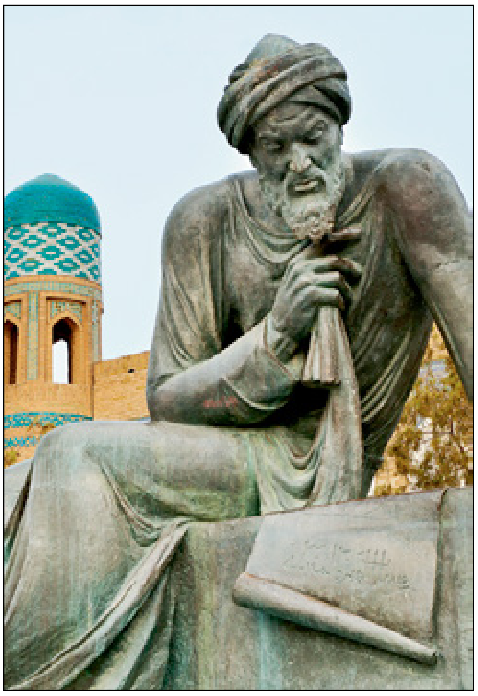
La evolución del álgebra se refleja en la mejora del simbolismo y en la sistematización de las técnicas para resolver ecuaciones.

En el siglo III, **Diofanto de Alejandría** inventó una notación simbólica que, aunque rudimentaria, supuso un importante progreso ("álgebra sincopada").

Los árabes y "el arte de la cosa"

En el siglo IX, **Al-Jwarizmi** escribió un manual que tuvo una gran influencia en todo el mundo civilizado, incluso siglos después.

Llamaba a la incógnita *la cosa*, nomenclatura que pasó a Europa, donde al álgebra se la llegó a denominar "el arte de la cosa".



Estatua de Al-Jwarizmi en Jiva (Uzbequistán).

… Y llegó el "álgebra simbólica"

Vieta (1540-1603).

El desarrollo del álgebra en Europa no fue uniforme.

Son de destacar los algebristas italianos del siglo XVI.

El álgebra, como lenguaje de símbolos, tal como la conocemos hoy, terminó de evolucionar con los estudios de los franceses **Vieta** (finales del siglo XVI) y **Descartes** (siglo XVII).

49

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

1 Expresiones algebraicas

Ten en cuenta

En álgebra manejamos relaciones numéricas con cantidades desconocidas. Estas cantidades se llaman **variables, incógnitas** o **indeterminadas** y se representan por letras.

El lenguaje algebraico es una forma clara y sencilla de expresar con precisión situaciones matemáticas que, de otro modo, serían difíciles de manejar.

Imagina que tuviéramos que resolver este enunciado sin utilizar el álgebra:

El doble de un número más su mitad es igual a dicho número más 9 unidades.

La dificultad es evidente. Pero si lo traducimos al lenguaje algebraico, obtendremos una expresión sencilla con la que podremos operar y, así, llegar a la solución:

$$\underbrace{\text{El doble de un número}}_{2x}\ \underbrace{\text{más}}_{+}\ \underbrace{\text{su mitad}}_{\frac{x}{2}}\ \underbrace{\text{es igual}}_{=}\ \underbrace{\text{a dicho número}}_{x}\ \underbrace{\text{más}}_{+}\ \underbrace{\text{9 unidades.}}_{9}$$

Hay expresiones algebraicas de muy distinto tipo:

Etimología

Monomio y **polinomio** vienen del griego:

— *mono* significa *uno*.

— *poli* significa *muchos*.

— *nomos* significa *partes*.

Identidad: viene del latín *idem*, que significa *lo mismo*.

Ecuación: viene del latín *aequare*, que significa *igualar*.

Monomios $\rightarrow$ $3x^2$, $-2x$, $\frac{4}{3}\pi r^3$ (volumen de la esfera)

Polinomios $\rightarrow$ $2x^2 - 7x + 1$, $2\pi r h + 2\pi r^2$ (área total del cilindro)

Fracciones algebraicas $\rightarrow$ $\frac{2x+3}{x^2}$, $\frac{\pi r^2 h}{2\pi r h + \pi r^2}$ (razón entre el volumen y el área del cilindro)

Una fracción algebraica es el cociente indicado de dos polinomios.

Algunas expresiones algebraicas son igualdades:

Identidades $\rightarrow$ $3(x + 4) = 3x + 12$. La segunda parte de la igualdad se consigue operando en la primera.

Ecuaciones $\rightarrow$ $3(x + 4) = 27$. La igualdad solo es cierta para algún valor de x: $x = 5$.

Ejercicio resuelto

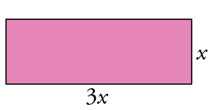
Expresar en lenguaje algebraico los enunciados siguientes:

a) $\underbrace{\text{El triple de un número}}_{3x}\ \underbrace{\text{menos}}_{-}\ \underbrace{\text{cuatro unidades.}}_{4}$

b) El triple del resultado de restarle 4 unidades a un número $\rightarrow$ $3(x - 4)$

c) El perímetro del rectángulo del margen es de 40 cm.

$x + 3x + x + 3x = 40 \rightarrow 8x = 40$



Piensa y practica

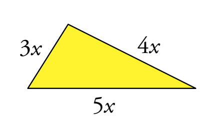
1. Expresa en lenguaje algebraico.

a) El doble de un número menos su tercera parte.

b) El doble del resultado de sumarle tres unidades a un número.

c) La edad de Alberto ahora y dentro de siete años.

d) El perímetro de este triángulo:



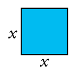
e) Eva tiene cuatro años menos que Óscar. (Expresa la edad de cada uno).

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

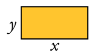
2 Monomios

Observa

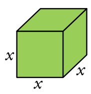
Hay muchas situaciones en las que aparecen monomios:



área $\rightarrow x^2$
perímetro $\rightarrow 4x$



área $\rightarrow xy$



volumen $\rightarrow x^3$
superficie $\rightarrow 6x^2$

Monomio es el producto indicado de un número por una o varias letras.

Por ejemplo: $5x^2$, xy^2, $-x$, x^3 son monomios.

— En un monomio, *las letras* **(parte literal)** *representan números* de valor desconocido o indeterminado. Por eso conservan todas las propiedades de los números y de sus operaciones.

— **Coeficiente** es el número que multiplica a las letras.

Ejemplos

- $5x^2 \rightarrow$ coeficiente $= 5$
- $\frac{4}{5}xy^2 \rightarrow$ coeficiente $= \frac{4}{5}$
- $-x \rightarrow$ coeficiente $= -1$
- $x^3 \rightarrow$ coeficiente $= 1$

— Se llama **grado** de un monomio al número de factores que forman su parte literal. Los números son monomios de grado cero, pues $x^0 = 1$.

Ejemplos

- $5x^2 = 5(x \cdot x) \rightarrow$ grado 2
- $\frac{4}{5}xy^2 = \frac{4}{5}(x \cdot y \cdot y) \rightarrow$ grado 3
- $-x = -1x \rightarrow$ grado 1
- $x^3 = x \cdot x \cdot x \rightarrow$ grado 3
- $7 = 7x^0$ es un monomio de grado cero.

— Dos **monomios** son **semejantes** cuando tienen idéntica la parte literal.

Ejemplos

- $3x^2$, $5x^2$ son semejantes.
- $2x^3$, $2x$ no son semejantes.
- $7xy$, $\frac{1}{2}xy$ son semejantes.
- $5xy$, $3x$ no son semejantes.

Valor numérico de un monomio

El valor numérico de un monomio, para ciertos valores de las letras que en él intervienen, es el resultado que se obtiene al efectuar las operaciones con los números que resultan de la sustitución.

Ejemplos

- El valor numérico de $3x^2$ para $x = 5$ es $3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 = 75$.
- El valor numérico de $3xy$ para $x = -1$, $y = 4$ es $3 \cdot (-1) \cdot 4 = -12$.

Piensa y practica

1. Indica el coeficiente y el grado de cada monomio:

a) $-2x^7$ b) x^9 c) x d) 5

2. Di cuáles de los siguientes monomios son semejantes a $5x^2$:

$7x^2$ $5x^3$ $5x$ $5xy$ x^2 $3x^2y$

3. Escribe dos monomios semejantes a cada uno de los siguientes:

a) $-5xy$ b) $2x^4$ c) x d) $3xy^2$

4. Halla el valor numérico para $x = 3$, $y = -2$:

a) $5x^3$ b) $2xy$ c) xy^2 d) $-xy$

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Suma y resta de monomios

La suma de monomios semejantes es otro monomio también semejante a ellos cuyo coeficiente es la suma de sus coeficientes.

Si dos monomios no son semejantes, su suma no se puede simplificar y hay que dejarla indicada.

La resta es un caso particular de la suma.

No lo olvides

Solo podemos sumar o restar monomios si son semejantes.

Ejemplos

- $(7x^5) + (11x^5) = 18x^5$
- $(10x^2) - (3x^2) + (x^2) = 8x^2$
- $(7x^5) + (11x^3) = 7x^5 + 11x^3$ (no se puede simplificar)

Producto de monomios

El producto de dos monomios es otro monomio cuyo coeficiente es el producto de los coeficientes, y su parte literal, el producto de las partes literales de los factores.

Ejemplos

- $(2x^3) \cdot (3x^5) = 6x^8$
- $(2x^2y^3) \cdot (7x^4y) = 14x^6y^4$

Potencia de un monomio

La potencia de un monomio es otro monomio que se obtiene al elevar al exponente indicado tanto el coeficiente como la parte literal.

Ejemplos

- $(3x^2)^4 = 81x^8$
- $(7xy^2)^2 = 49x^2y^4$

Cociente de monomios

El cociente de dos monomios puede ser otro monomio, un número o una fracción algebraica.

Ejemplos

- $\dfrac{3x^5y}{6x^2y} = \dfrac{1}{2}x^3$ (monomio)
- $\dfrac{12x^4y^2}{3x^4y^2} = 4$ (número)
- $\dfrac{6x^5y^2}{3x^2y^4} = \dfrac{2x^3}{y^2}$ (fracción algebraica)

Piensa y practica

5. Efectúa las siguientes sumas de monomios:

a) $5x - 3x + 4x + 7x - 11x + x$

b) $3x^2y - 5x^2y + 2x^2y + x^2y$

c) $7x^3 - 11x^3 + 3y^3 - y^3 + 2y^3$

6. Opera.

a) $(3x^2) \cdot (5x^4)$ b) $(x^2) \cdot (x)$

c) $(5x^3)^2$ d) $(2x)^4$

7. Reduce.

a) $(5x - 4) - (2x + 3)$

b) $(x^2 + 5x) - (4x - 1)$

c) $(2x^3 - x^2 + x - 1) - (x^2 + x - 4)$

8. Divide los monomios de cada caso:

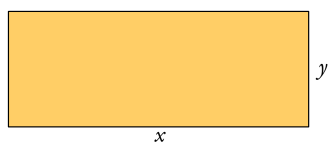
a) $10x^2 : 5x$ b) $4x^3 : 6x^5$

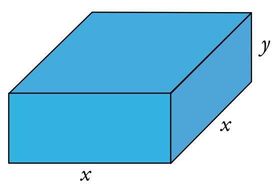
c) $4xy^2 : 6xy^2$ d) $8x^3y : 4x^5y^3$

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

3 Polinomios

Un **polinomio** es la suma de dos o más monomios. Cada uno de los monomios que lo forman se llama **término.** También los monomios pueden ser considerados polinomios con un solo término.





Ejemplos

Observa los polinomios que se obtienen al traducir a lenguaje algebraico algunos enunciados:

a) El perímetro del rectángulo del margen:

Perímetro $\rightarrow$ $2x + 2y$

b) El cuadrado de un número más su triple $\rightarrow$ $x^2 + 3x$

c) La superficie del ortoedro del margen:

Superficie $\rightarrow$ $2x^2 + 4xy$

d) La edad de Elvira más la de Lorena, que le saca tres años:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Elvira} \rightarrow x \\ \text{Lorena} \rightarrow x+3\end{array}\right\} x+x+3 \rightarrow 2x+3$$

Es posible que en un polinomio haya algunos monomios semejantes. En tal caso, conviene operar con ellos simplificando la expresión y obteniendo el polinomio en su **forma reducida.**

Ejemplos

- $5x^2 + 4x^4 - 2x^2 - 3x^4 + 1 \rightarrow x^4 + 3x^2 + 1$
- $3x^3 - 2x^2 - 2x^3 + x - x^3 - 5 \rightarrow -2x^2 + x - 5$

Se llama **grado** de un polinomio al mayor de los grados de los monomios que lo componen cuando el polinomio está en su forma reducida.

Es necesario reducir el polinomio antes de decir su grado, ya que es posible que los monomios de mayor grado se simplifiquen y desaparezcan.

En la web

Grado, términos y coeficientes de un polinomio.

Ejemplos

- $5x^2y + 5x - 8y^2$ tiene grado 3, pues es el grado de $5x^2y$.
- $7x^3 - 5x^2 + 3x^3 - 2x - 10x^3 = -5x^2 - 2x$ tiene grado 2.

Piensa y practica

1. Expresa mediante un polinomio cada uno de estos enunciados:

a) La suma de un número más su cubo.

b) La suma de dos números naturales consecutivos.

c) El perímetro de un triángulo isósceles (llama x al lado desigual e y a cada uno de los otros dos lados).

2. Di el grado de cada uno de los polinomios siguientes:

a) $x^5 - 6x^2 + 3x + 1$

b) $5xy^4 + 2y^2 + 3x^3y^3 - 2xy$

c) $x^2 + 3x^3 - 5x^2 + x^3 - 3 - 4x^3$

d) $2x^2 - 3x - x^2 + 2x - x^2 + x - 3$

e) $3x + 2xy - x^2y^3 - xy + 3x^2y^3 - xy$

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Suma y resta de polinomios

Para sumar dos polinomios, agrupamos sus términos y simplificamos los monomios semejantes. Para restar dos polinomios, se suma al minuendo el opuesto del sustraendo.

Definición

Se llama **opuesto** de un polinomio al que resulta de cambiar de signo todos sus términos:

$$-(x^3 + 2x^2 - 5x - 11) =$$
$$= -x^3 - 2x^2 + 5x + 11$$

En la web

Ayuda para calcular sumas y restas de polinomios.

Ejemplos

- $A = 3x^2 + 5x - 2, \;\; B = x^3 + 4x^2 - 5$

$$\boxed{\begin{array}{r} A \\ +\,B \\ \hline A + B \end{array}} \;\rightarrow\; \begin{array}{r} 3x^2 + 5x - 2 \\ x^3 + 4x^2 \qquad - 5 \\ \hline x^3 + 7x^2 + 5x - 7 \end{array} \qquad \boxed{\begin{array}{r} A \\ -\,B \\ \hline A - B \end{array}} \;\rightarrow\; \begin{array}{r} 3x^2 + 5x - 2 \\ -x^3 - 4x^2 \qquad + 5 \\ \hline -x^3 - \;\; x^2 + 5x + 3 \end{array}$$

A veces escribimos directamente el resultado, quitando paréntesis (si los hay) y agrupando los monomios semejantes:

- $(x^2 + 3x + 2) + (2x^2 - 5) = x^2 + 3x + 2 + 2x^2 - 5 = 3x^2 + 3x - 3$
- $(3x + 1) - (2x - 3) = 3x + 1 - 2x + 3 = x + 4$

Producto de un monomio por un polinomio

Para multiplicar un monomio por un polinomio, se multiplica el monomio por cada término del polinomio y se suman los resultados.

Ejemplos

- $M = x^3 - 2x^2 + 5x - 1, \;\; N = 3x^2$

$$\boxed{\begin{array}{r} M \\ \times\, N \\ \hline M \cdot N \end{array}} \;\rightarrow\; \begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + 5x - 1 \\ \times\, 3x^2 \\ \hline 3x^5 - 6x^4 + 15x^3 - 3x^2 \end{array}$$

También en este caso podemos escribir directamente el resultado, sin más que multiplicar el monomio por cada término del polinomio:

- $(2x^2 - 3) \cdot (2x) = 4x^3 - 6x$
- $7(2x + 5) = 14x + 35$
- $(5x^2)(6x^2 - 4x + 3) = 30x^4 - 20x^3 + 15x^2$

Piensa y practica

3. Sean $P = x^4 - 3x^3 + 5x + 3, \;\; Q = 5x^3 + 3x^2 - 1$. Halla $P + Q$ y $P - Q$.

4. Efectúa estos productos:

a) $2x(3x^2 - 4x)$ b) $5(x^3 - 3x)$

c) $4x^2(-2x + 3)$ d) $-2x(x^2 - x + 1)$

e) $-6(x^3 - 4x + 2)$ f) $-x(x^4 - 2x^2 + 3)$

5. Halla los productos siguientes:

a) $x(2x + y + 1)$ b) $2a^2(3a^2 + 5a^3)$

c) $ab(a + b)$ d) $5(3x^2 + 7x + 11)$

e) $x^2y(x + y + 1)$ f) $5xy^2(2x + 3y)$

g) $6x^2y^2(x^2 - x + 1)$ h) $-2(5x^3 + 3x^2 - 8)$

i) $3a^2b^3(a - b + 1)$ j) $-2x(3x^2 - 5x + 8)$

En la web

- Practica la suma de polinomios.
- Practica la resta de polinomios.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Producto de dos polinomios

En la web
Ayuda para calcular el producto de dos polinomios.

Para multiplicar dos polinomios, se multiplica cada monomio de uno de los factores por todos y cada uno de los monomios del otro factor y después se suman los monomios semejantes obtenidos.

Ejemplos

- $P = 2x^3 - 4x^2 - 1, \quad Q = 3x - 2$

$$\begin{array}{rrrrrl}
 & 2x^3 & -4x^2 & & -1 & \longleftarrow P \\
 & & & 3x & -2 & \longleftarrow Q \\
\hline
 & -4x^3 & +8x^2 & & +2 & \longleftarrow \text{producto de } -2 \text{ por } P \\
6x^4 & -12x^3 & & -3x & & \longleftarrow \text{producto de } 3x \text{ por } P \\
\hline
6x^4 & -16x^3 & +8x^2 & -3x & +2 & \longleftarrow P \cdot Q
\end{array}$$

A veces, cuando hay pocos términos, realizamos el producto directamente:

- $(2x^2 - 1)\,(3x + 4) = 6x^3 + 8x^2 - 3x - 4$

Ten en cuenta
Esta forma de disponer los cálculos permite multiplicar polinomios de manera ordenada y segura. Cuando falta algún término, hay que dejar un hueco en el lugar correspondiente.

Otra forma de multiplicar

$2x^3 - 4x^2 - 1$

$3x - 2$		2	−4	0	−1
	3	6	−12	0	−3
	−2	−4	8	0	2

6 −16 8 −3 2

$6x^4 - 16x^3 + 8x^2 - 3x + 2$

Sacar factor común

En la expresión $3xy^2 + 2xy + 5x$, la x está multiplicando en todos los sumandos. Es **factor común** a todos ellos. Podemos sacarla fuera, del siguiente modo:

$$3xy^2 + 2xy + 5x = x(3y^2 + 2y + 5)$$

A esta transformación se le llama **sacar factor común.** Se utiliza para simplificar expresiones y para resolver algunas ecuaciones que conocerás más adelante.

Comprueba que si multiplicas el factor común extraído por el polinomio que va entre paréntesis, vuelves a obtener (lógicamente) la expresión inicial.

En la web
- Ayuda para sacar factor común.
- Refuerza cómo sacar factor común.

Ejemplos

- $2x^3 + 4x^2 - 3x = 2xxx + 4xx - 3x = x(2x^2 + 4x - 3)$
- $5x^4 - 3x^3 + 2x^2 = 5xxxx - 3xxx + 2xx = x^2(5x^2 - 3x + 2)$
- $2x^2 + 4x + 8 = 2xx + 2 \cdot 2x + 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2(x^2 + 2x + 4)$
- $3x^2 + x = 3xx + 1 \cdot x = x(3x + 1)$

No lo olvides
Cuando en un sumando el factor común está solo, al sacar el factor común queda, en su lugar, la unidad.

$$xy + x^2 + x = x(y + x + 1)$$

Piensa y practica

6. Dados los polinomios $P = 3x^2 - 5$, $Q = x^2 - 3x + 2$, $R = -2x + 5$, calcula:

a) $P \cdot Q$ b) $P \cdot R$ c) $Q \cdot R$

7. Opera y simplifica.

a) $2x(3x^2 - 2) + 5(3x - 4)$
b) $(x^2 - 3)(x + 1) - x(2x^2 + 5x)$
c) $(3x - 2)(2x + 1) - 2(x^2 + 4x)$

8. Extrae factor común en cada caso:

a) $2xy + 3xy^2$ b) $2x^2 + 2x + 2y$
c) $2x^2 + 2x + 4$ d) $3x^2 + 4x$
e) $5x^2 + 10x$ f) $4x^2 + 8x$
g) $3x^2 + 3x + 3$ h) $6x^2 + 9x - 3$
i) $5xy + 4x^2$ j) $x^3 + x^2 + x$
k) $2y^3 - 8x^2y$ l) $4x^2 + 16x^2y - 8$

En la web Practica el producto de polinomios.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

4 Identidades

La igualdad $a + a + a = 3a$ es una identidad porque es cierta cualquiera que sea el valor de a.

Conoces muchas identidades. Aquí tienes algunas:

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

Todas ellas son consecuencia de propiedades aritméticas o simples traducciones de las mismas.

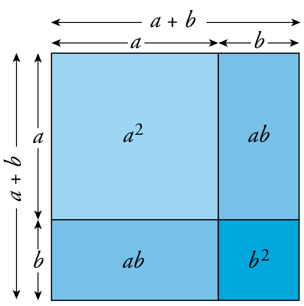
Una **identidad** es una igualdad algebraica que es cierta para valores cualesquiera de las letras que intervienen.

Identidades notables

Se suelen llamar así a las tres igualdades siguientes:

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ ⟵	CUADRADO DE UNA SUMA
$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ ⟵	CUADRADO DE UNA DIFERENCIA
$(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$ ⟵	SUMA POR DIFERENCIA

JUSTIFICACIÓN GRÁFICA DEL CUADRADO DE UNA SUMA



JUSTIFICACIÓN ALGEBRAICA

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & a & + & b \\
\times & & a & + & b \\
\hline
 & & ab & + & b^2 \\
a^2 & + & ab & & \\
\hline
a^2 & + & 2ab & + & b^2
\end{array}$$

En la web Justificación geométrica de las identidades notables.

Estas igualdades ya las conocías, pero las seguirás utilizando con frecuencia, por lo que es necesario que las manejes con soltura.

Ejercicio resuelto

1. ***Desarrollar: a) $(2x - 7)^2$ b) $(4x - 3)(4x + 3)$***

a) Es el cuadrado de una diferencia:

$(2x - 7)^2 = (2x)^2 + 7^2 - 2 \cdot 2x \cdot 7 = 4x^2 + 49 - 28x$

b) Es una suma por una diferencia:

$(4x - 3)(4x + 3) = (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9$

2. ***Simplificar: $(3x + 2)^2 - (3x - 2)^2$***

$(3x + 2)^2 - (3x - 2)^2 = 9x^2 + 4 + 12x - (9x^2 + 4 - 12x) =$

$= 9x^2 + 4 + 12x - 9x^2 - 4 + 12x = 24x$

En la web Ayuda para manejar identidades notables.

Piensa y practica

1. Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $(x + 1)^2$ b) $(x + 3)^2$ c) $(x - 3)^2$ d) $(x + 1)(x - 1)$ e) $(x + 3)\,(x - 3)$

f) $(2x - 1)^2$ g) $(5x + 2)^2$ h) $(5x + 2y)^2$ i) $(2x - 5)(2x + 5)$ j) $(x^2 + 2)(x^2 - 2)$

En la web Practica las identidades notables.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Ejercicios y problemas

Practica

Traducción a lenguaje algebraico

1. Asocia a cada uno de los siguientes enunciados una de las expresiones algebraicas:

a) A un número se le quita 7.

b) El doble de un número más su cuadrado.

c) Un múltiplo de 3 menos 1.

d) El 20 % de un número.

e) Cuatro veces un número menos sus dos tercios.

f) El precio de un pantalón aumentado en un 10 %.

g) Un número impar.

$0{,}2x$
$2x + 1$
$2x + x^2$
$1{,}1x$
$4x - \frac{2x}{3}$
$3x - 1$
$x - 7$

2. Llama x al ancho de un rectángulo y expresa su altura en cada caso:

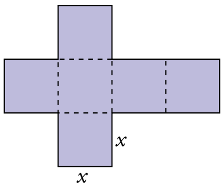
a) La altura es la mitad del ancho.

b) La altura es 20 cm menor que el ancho.

c) La altura es los tres cuartos del ancho.

d) La altura es un 20 % menor que su ancho.

3. Expresa con un monomio:



a) El perímetro de esta figura.

b) El área de la misma.

c) El volumen del cubo que se puede formar con esos seis cuadrados.

4. Traduce a lenguaje algebraico, empleando una sola incógnita.

a) Los tres quintos de un número menos 1.

b) La suma de tres números consecutivos.

c) Un múltiplo de 3 más su doble.

d) La suma de un número y su cuadrado.

e) El producto de un número por su siguiente.

5. Ejercicio resuelto

Traduce a lenguaje algebraico, empleando dos incógnitas: "La suma de las edades que tenían un padre y su hijo hace 6 años".

	Hoy	Hace 6 años
Padre	x	$x - 6$
Hijo	y	$y - 6$

Suma de edades hace 6 años: $(x - 6) + (y - 6)$

6. Traduce a lenguaje algebraico, utilizando dos incógnitas:

a) El cuadrado de la suma de dos números.

b) El doble del producto de dos números.

c) La semisuma de dos números.

Monomios

7. Calcula.

a) $-x^3 - 2x^3 + 3x^3$

b) $2x^4 \cdot x$

c) $x - \frac{2x}{5} - \frac{1}{3}x$

d) $3x^5 \cdot \frac{5}{6}x^2$

e) $\frac{5}{3}x^2 - x^2 + \frac{x^2}{2}$

f) $\left(\frac{1}{3}xy\right) \cdot \left(\frac{2}{3}xz\right)$

Polinomios

8. Considera estos polinomios:

$A = x^4 - 3x^2 + 5x - 1$

$B = 2x^2 - 6x + 3$

$C = 2x^4 + x^3 - x - 4$

Calcula: $A + B \quad A + C \quad A + B + C \quad A - B \quad C - B$

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Ejercicios y problemas

9. Simplifica estas expresiones:

a) $2x^3 - 5x + 3 - 1 - 2x^3 + x^2$

b) $(2x^2 + 5x - 7) - (x^2 - 6x + 1)$

c) $3x - (2x + 8) - (x^2 - 3x)$

d) $7 - 2(x^2 + 3) + x(x - 3)$

10. Opera y simplifica.

a) $(2x)^3 - (3x)2x - 5x^2(-3x + 1)$

b) $\frac{5}{3}\left(\frac{3}{4}x\right)(-4x) - \frac{1}{2}(4x^2 - 5)$

c) $(2x^2 - x + 3) \cdot (x - 3)$

d) $(x^2 - 5x - 1) \cdot (x - 2)$

e) $(3x^3 - 5x^2 + 6) \cdot (2x + 1)$

f) $(2x^2 + x - 3) \cdot (x^2 - 2)$

11. Extrae factor común.

a) $5x + 5y + 5z$

b) $5x + 3xy$

c) $3x^2 + 4x$

d) $5x^3 + 3x^2$

e) $2x^4 - 6x^2$

f) $2x^3 + 3x^2 + 5x$

g) $x^6 + x^4 + x$

h) $\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{2}x$

i) $2x^2y - 2xy$

Identidades notables

12. Desarrolla los siguientes cuadrados:

a) $(x + 7)^2$

b) $(x - 11)^2$

c) $(2x + 1)^2$

d) $(3x - 4)^2$

13. Transforma en diferencia de cuadrados:

a) $(x + 7)(x - 7)$

b) $(1 + x)(1 - x)$

c) $(3 - 4x)(3 + 4x)$

d) $(2x - 1)(2x + 1)$

14. Reduce las siguientes expresiones:

a) $\frac{3(x+3)}{2} - 2(2 - 3x) + 2(-x + 3)$

b) $\frac{3x+3}{4} - \frac{3x-2}{3} - \frac{x+3}{12}$

15. Reduce las siguientes expresiones:

a) $(x + 1)(x - 1) - 3(x + 2) - x(x + 2)$

b) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 - x(x + 3)$

c) $\frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} - \frac{1+x}{4}$

d) $\frac{2}{3}(x+3) - \frac{1}{2}(x+1) + \frac{3}{4}(x+3)$

16. Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia.

a) $x^2 + 4x + 4$

b) $x^2 - 10x + 25$

c) $x^2 + 9 + 6x$

d) $x^2 + 49 - 14x$

e) $4x^2 + 4x + 1$

f) $4x^2 + 9 - 12x$

g) $9x^2 - 12x + 4$

h) $x^4 + 4x^2 + 4$

17. Expresa como producto de una suma por una diferencia.

a) $9x^2 - 25$

b) $1 - x^2$

c) $4x^2 - 9$

d) $16x^2 - 1$

e) $x^4 - 16$

f) $49 - 4x^2$

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....