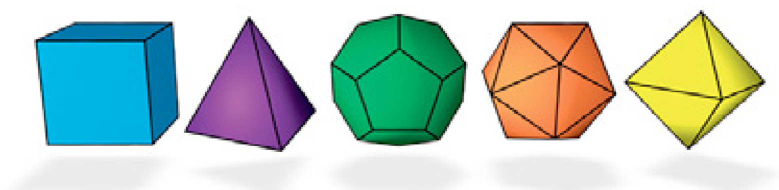
# 11 Cuerpos geométricos

## Platón (427 a. C.-347 a. C.)

Fue un filósofo ateniense que se interesó, sobre todo, por la filosofía moral, y consideraba la ciencia como una clase de conocimiento inferior. Le gustaban las matemáticas por sus abstracciones idealizadas y su separación de lo meramente material y, aunque no fueron su especialidad, impulsó su estudio hasta el punto de que, en la entrada de la Academia (especie de universidad ateniense que él fundó) había un letrero que decía "No entre aquí quien no sepa matemáticas".

Atribuyó a los poliedros regulares, los *sólidos platónicos*, una estrecha relación con el universo: los cielos debían reflejar la perfección de la matemática abstracta en su forma más sencilla.

Platón ejerció una gran influencia en el pensamiento posterior.



*Sólidos platónicos.*

*Platón conversando con sus alumnos. Mosaico romano encontrado en Pompeya (Italia).*

## Arquímedes (287 a. C.-212 a. C.)

Fue ingeniero, matemático e inventor. A lo largo de su vida diseñó y construyó multitud de ingenios mecánicos. Y se valió de la experimentación para descubrir propiedades físicas o matemáticas que, después, se esmeraba en probar con rigor.

Gran calculista, dedujo las fórmulas para la obtención de áreas y volúmenes de figuras geométricas. Y estudió los 13 cuerpos que llevan su nombre, los *sólidos arquimedianos*.

Aunque, posiblemente, su manera de enfocar las matemáticas habría horrorizado a Platón, Arquímedes fue el más grande matemático de la Antigüedad.


*Sello italiano en honor a Arquímedes.*

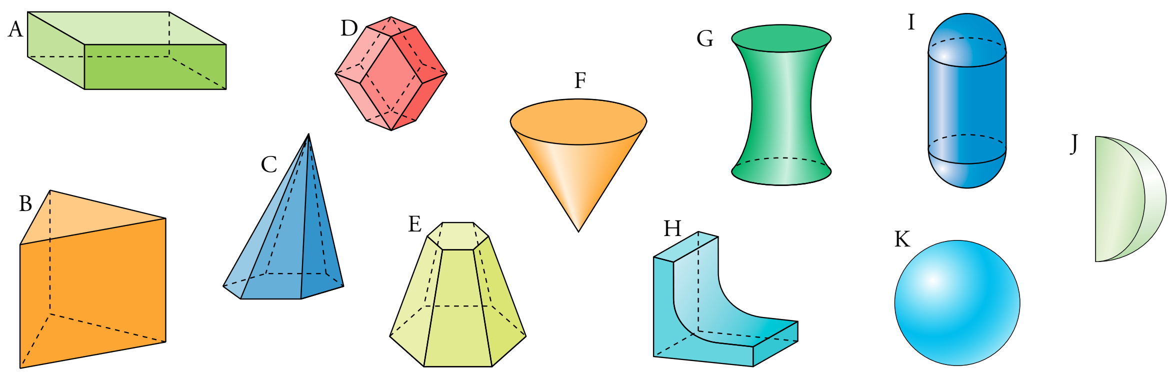
*Sólidos arquimedianos.*

107



Nombre y apellidos: .................................................. Fecha: ..............................

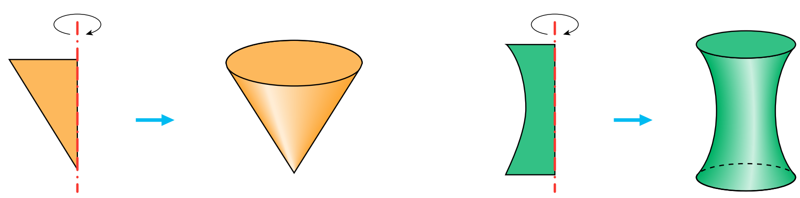
# 1 Poliedros y cuerpos de revolución




De los once cuerpos geométricos dibujados arriba, los cinco primeros (A, B, C, D, E) son **poliedros.** Se distinguen de los demás en que todas las caras son planas.

**Poliedro** es un cuerpo geométrico cerrado, limitado por caras planas que son polígonos.

Las figuras geométricas, F, G, I, K son **cuerpos de revolución** porque se pueden generar haciendo girar una figura plana alrededor de un eje. Observa cómo se generan F y G.



Se llama **cuerpo de revolución** al cuerpo geométrico que se genera haciendo girar una figura plana alrededor de un eje.

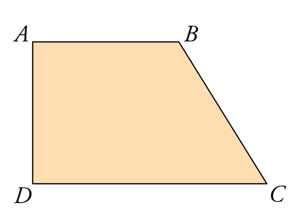
Los restantes cuerpos geométricos (H y J) no son poliedros (sus caras no son todas planas), ni cuerpos de revolución (no se pueden obtener haciendo girar algo alrededor de un eje).

## Piensa y practica

**1.** Describe cada uno de los cinco poliedros de arriba diciendo cómo son sus caras (por ejemplo, el C tiene siete caras, seis de ellas triángulos y una hexágono), cuántas aristas y cuántos vértices tiene.

**2.** Dibuja cómo se obtienen los cuerpos I y K haciendo girar una figura plana alrededor de un eje.

**3.**




Dibuja el cuerpo de revolución que se obtiene haciendo girar este trapecio alrededor de:

a) *AD* b) *AB* c) *CD*



Nombre y apellidos: ................................................ Fecha: ....................

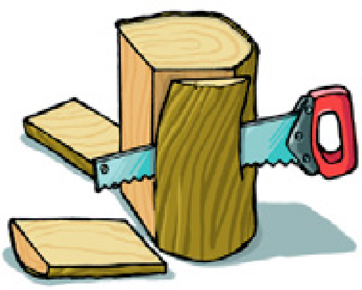
# 2 Prismas

**Recuerda**

**Prisma regular:** Un prisma recto cuya base es un polígono regular, se llama prisma regular. Por ejemplo, *prisma pentagonal regular*.

**Etimología**

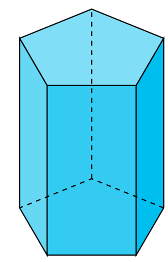
**Prisma:** Viene del griego, significa *lo que ha sido serrado*, porque las caras laterales del prisma están como serradas.



**En la web**

Prisma: definiciones y desarrollo.

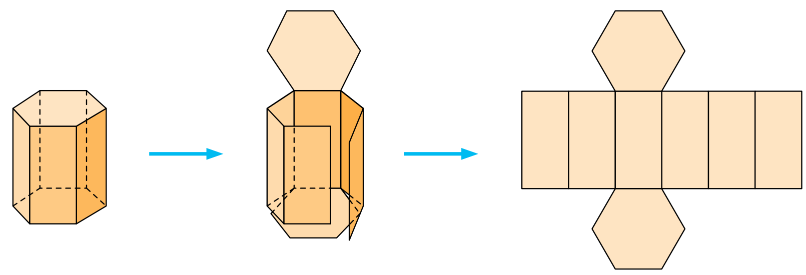
Un **prisma** es un poliedro limitado por dos polígonos iguales y paralelos (llamados **bases**) y varios paralelogramos (llamados **caras laterales**). La **altura** del prisma es la distancia entre las bases.



Si las caras laterales son perpendiculares a las bases, entonces son rectángulos. En tal caso, el cuerpo se llama **prisma recto.**

## Desarrollo y área de un prisma recto

Si cortamos un prisma recto, lo abrimos y ponemos las caras sobre un plano, se obtiene su desarrollo plano.



El desarrollo lateral de un prisma recto es un rectángulo cuya base es el perímetro de la base del prisma y su altura es la altura del prisma. Por tanto:

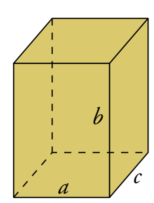
ÁREA LATERAL = Perímetro de la base · Altura

ÁREA TOTAL = Área lateral + 2 · Área de la base

## Paralelepípedos. Ortoedros

Un **paralelepípedo** es un prisma cuyas bases son paralelogramos. Sus caras laterales también son paralelogramos.

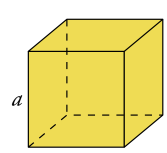
Un paralelepípedo cuyas caras son todas rectángulos se llama **ortoedro.** Un ortoedro queda determinado conociendo las longitudes de las tres aristas que concurren en un vértice. Se llaman las **dimensiones** del ortoedro.




El área de un ortoedro de dimensiones $a$, $b$ y $c$ es:

ORTOEDRO $A = 2ab + 2ac + 2bc = 2(ab + ac + bc)$

Un **cubo** es un ortoedro en el que las tres dimensiones son iguales. Las seis caras del cubo son cuadrados iguales.




El área de un cubo de arista $a$ es:

CUBO $A = 6a^2$

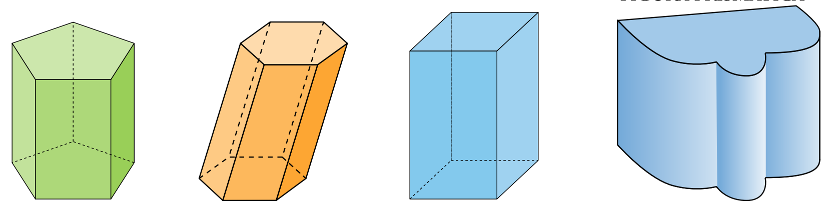




Nombre y apellidos: ............ Fecha: ............

## Volumen de un prisma

FIGURA PRISMÁTICA

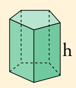




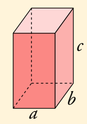
Las **figuras prismáticas** (los prismas entre ellas) tienen dos bases iguales y paralelas entre sí. Su altura es la distancia entre las bases. El volumen de todas ellas es:

$$\text{Volumen} = \text{Área de la base} \times \text{altura}$$

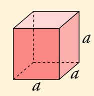
En concreto:




PRISMA $V = A_{base} \cdot h$

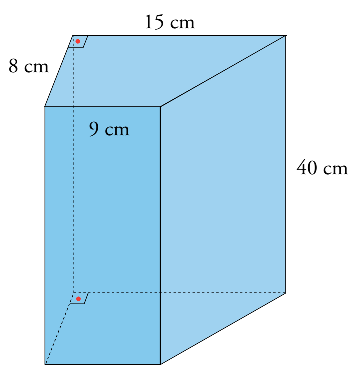



ORTOEDRO $V = a \cdot b \cdot c$



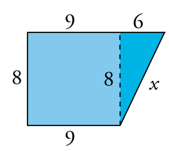

CUBO $V = a^3$

### Ejercicio resuelto




***Hallar el área total y el volumen del prisma recto dibujado a la izquierda. Sus bases son trapecios rectángulos.***

Hallamos el perímetro y el área de la base:




Calculamos la longitud del lado desconocido:

$$x = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

PERÍMETRO DE LA BASE: $P = 9 + 8 + 15 + 10 = 42$ cm

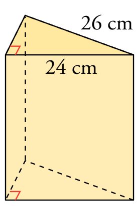
ÁREA LATERAL DEL PRISMA: $A_{LAT} = P \cdot h = 42 \cdot 40 = 1\,680 \text{ cm}^2$

ÁREA DE LA BASE: $A_{BASE} = \dfrac{9 + 15}{2} \cdot 8 = 96 \text{ cm}^2$

ÁREA TOTAL: $A_{TOT} = A_{LAT} + 2A_{BASE} = 1\,680 + 2 \cdot 96 = 1\,872 \text{ cm}^2$

VOLUMEN: $V = A_{BASE} \cdot h = 96 \cdot 40 = 3\,840 \text{ cm}^3$

### Piensa y practica

**1.** 


La base de un prisma recto es un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 26 cm, y uno de sus catetos, 24 cm. La altura del prisma es 50 cm. Halla el área total y el volumen del prisma.

**2.** Halla el área total y el volumen de un cubo de 2,5 m de arista.

**3.** Las dimensiones de un ortoedro son 4 cm, 5 cm y 8 cm.

a) Dibújalo en tu cuaderno.

b) Dibuja su desarrollo. Escribe, al lado de cada arista, su longitud.

c) Halla su área.

d) Halla su volumen.



Nombre y apellidos: .................................................... Fecha: ..........................

# 3 Pirámides

**Etimología**

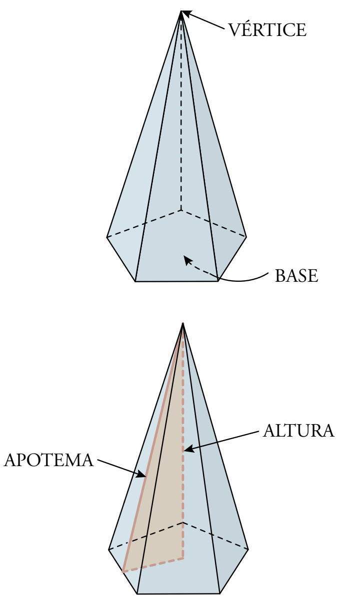
**Pirámide:** Viene de *pyros*, *fuego*, por ser piramidal la forma de la llama. Y también, por tener esta forma las piras (cosas apiladas para ser quemadas).

Una **pirámide** es un poliedro que tiene por base un polígono cualquiera, y por **caras laterales,** triángulos con un vértice común (vértice de la pirámide). La **altura** de la pirámide es la distancia del vértice al plano de la base.

Una pirámide es **regular** cuando la base es un polígono regular y el vértice se proyecta sobre su centro.

En una pirámide regular, todas las aristas laterales son iguales y las caras laterales son triángulos isósceles idénticos. Las alturas de estos triángulos se llaman **apotemas** de la pirámide.

La apotema de una pirámide regular es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son la altura de la pirámide y la apotema del polígono de la base.

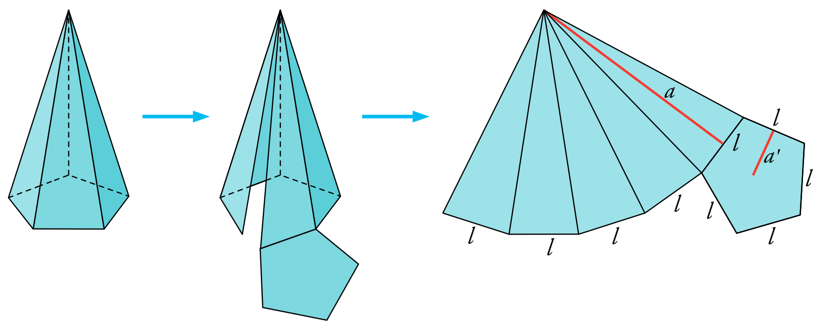



**En la web**

Pirámide: definiciones y desarrollo.

## Desarrollo y área de una pirámide regular

Para ver el desarrollo de una pirámide regular, la cortamos a lo largo de algunas aristas, la abrimos y extendemos sus caras sobre el plano. De esta manera, obtenemos lo siguiente:




Como puedes observar, el área lateral de una pirámide regular no es más que la suma de las áreas de $n$ triángulos iguales, donde $n$ es el número de lados de la base. Por tanto:

ÁREA LATERAL:

$$A_{LAT} = n \cdot \frac{1}{2} l \cdot a = \frac{1}{2}(nl) \cdot a = \frac{\text{Perímetro de la base} \cdot a}{2}$$

ÁREA TOTAL:

$$A_{TOTAL} = A_{LAT} + A_{BASE} = \frac{\text{Perímetro de la base} \cdot a}{2} + \frac{\text{Perímetro de la base} \cdot a'}{2}$$

**Recuerda**

El área de un polígono regular es:

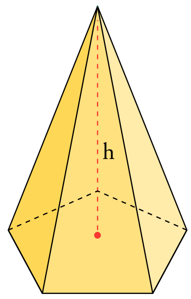
$$A = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$





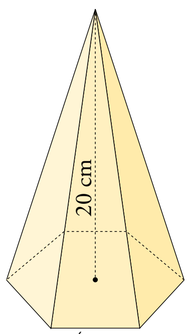
Nombre y apellidos: ........................................ Fecha: ....................

## Volumen de una pirámide




El volumen de una pirámide, regular o no, es la tercera parte del volumen de un prisma con la misma base y la misma altura, h.

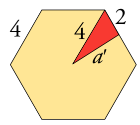
$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h$$




## Ejercicio resuelto

***Hallar el área total y el volumen de una pirámide hexagonal regular en la cual la arista de la base mide 4 cm, y la altura, 20 cm.***

CÁLCULO DE LA APOTEMA DE LA BASE



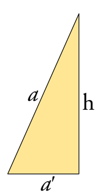

En un hexágono regular, el radio y el lado miden lo mismo. En este caso, 4 cm. El triángulo rojo es rectángulo. Por tanto:

$$a' = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 3{,}46 \text{ cm}$$

ÁREA DE LA BASE

$$A_{BASE} = \frac{\text{Perímetro} \cdot a'}{2} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 3{,}46}{2} = 41{,}52 \text{ cm}^2$$

CÁLCULO DE LA APOTEMA DE LA PIRÁMIDE




El triángulo formado por h (altura), $a'$ (apotema de la base) y $a$ (apotema de la pirámide) es rectángulo. $a$ es la hipotenusa. Por tanto:

$$a = \sqrt{h^2 + (a')^2} = \sqrt{20^2 + (\sqrt{12})^2} = \sqrt{400 + 12} = 20{,}30 \text{ cm}$$

ÁREA TOTAL DE LA PIRÁMIDE

$$A_{TOTAL} = A_{LAT} + A_{BASE} = \frac{\text{Perímetro de la base} \cdot a}{2} + A_{BASE} =$$

$$= \frac{4 \cdot 6 \cdot 20{,}30}{2} + 41{,}52 = 243{,}60 + 41{,}52 = 285{,}12 \text{ cm}^2$$

VOLUMEN

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 41{,}52 \cdot 20 = 276{,}8 \text{ cm}^3$$

**En la web**

- Practica el cálculo de áreas y volúmenes de pirámides.
- Resuelve el problema “Recipientes 2”.

### Piensa y practica

**1.** La base de una pirámide regular es un cuadrado de 10 dm de lado. Su altura, 12 dm. Halla su área y su volumen.

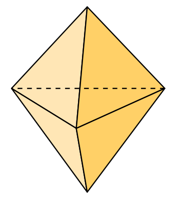
**2.** Un triángulo equilátero de 6 cm de lado es la base de una pirámide regular cuya altura es 15 cm. Halla su área y su volumen.



Nombre y apellidos: ................................................ Fecha: ....................

# 4 Poliedros regulares

### Poliedro no regular

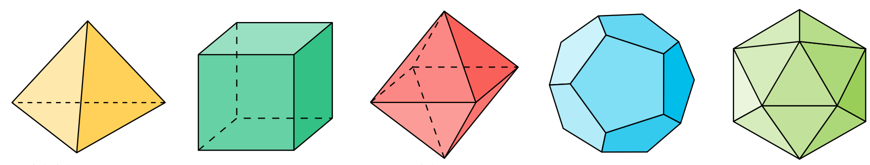


Aunque sus seis caras son triángulos equiláteros idénticos, este poliedro no es regular porque en unos vértices concurren tres caras y en otros, cuatro.

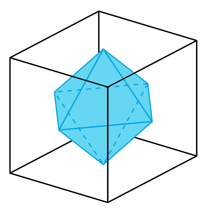
Un **poliedro** se llama **regular** cuando cumple las dos condiciones siguientes:

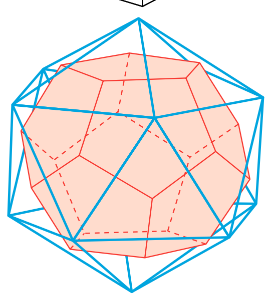
- Sus caras son polígonos regulares idénticos.
- En cada vértice del poliedro concurre el mismo número de caras.

Solo hay cinco poliedros regulares:



TETRAEDRO 4 caras, triángulos | CUBO o HEXAEDRO 6 caras, cuadrados | OCTAEDRO 8 caras, triángulos | DODECAEDRO 12 caras, pentágonos | ICOSAEDRO 20 caras, triángulos





### Poliedros duales

Si unimos los centros de cada dos caras contiguas de un cubo, se forma un octaedro.

Si hiciéramos lo mismo con un octaedro, obtendríamos un cubo.

| | Cubo | Octaedro |
|---|---|---|
| Caras | 6 | 8 |
| Vértices | 8 | 6 |
| Aristas | 12 | 12 |

Por eso decimos que el octaedro y el cubo son *poliedros duales.*

Dos **poliedros duales** tienen el mismo número de aristas. Y el número de caras de cada uno de ellos coincide con el de vértices del otro.

Además del cubo y el octaedro, el dodecaedro es dual del icosaedro y el tetraedro es dual de sí mismo.

### Piensa y practica

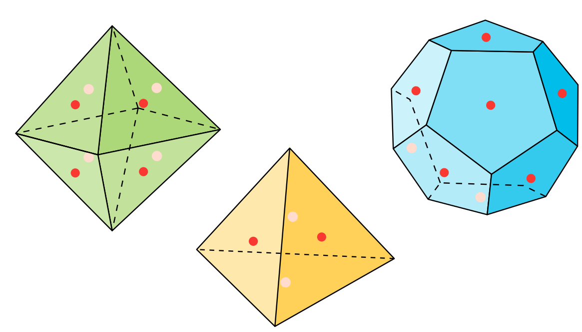
**1.** Haz una tabla en tu cuaderno en la que aparezcan el número de caras, vértices y aristas de los cinco poliedros regulares.

| | TETR. | CUBO | OCT. | DODEC. | ICOS. |
|---|---|---|---|---|---|
| C | | | | | |
| V | | | | | |
| A | | | | | |

a) A partir de la tabla anterior, comprueba que el dodecaedro y el icosaedro cumplen las condiciones necesarias para ser duales.

b) Comprueba, también, que el tetraedro cumple las condiciones para ser dual de sí mismo.

**2.** Hemos señalado en rojo los centros de las caras "frontales" de estos poliedros, y en rosa, los centros de algunas caras "ocultas". Uniéndolos convenientemente se obtienen los poliedros duales. Hazlo en tu cuaderno.



**En la web**
- Desarrollo de los cinco poliedros regulares.
- Justificación de que solo hay cinco poliedros regulares.





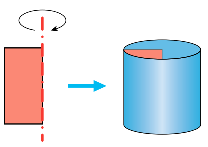
Nombre y apellidos: .................................................... Fecha: ..........................

# 5 Cilindros

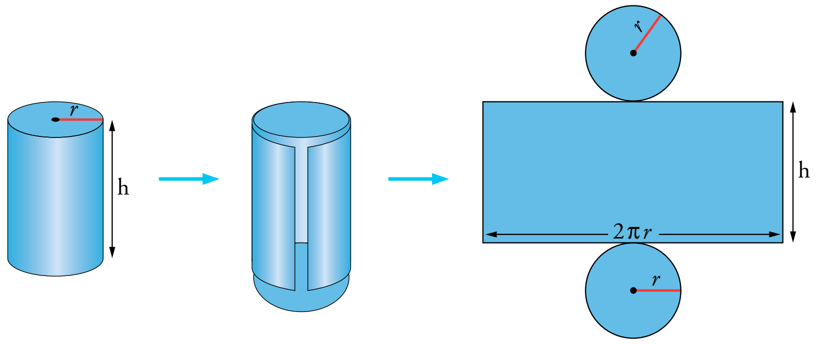
**Etimología**

**Cilindro:** Del griego *kulindo*, que significa *yo arrollo*, pues el cilindro tiene forma de rollo o cosa enrollada.

Un **cilindro recto** es un cuerpo de revolución generado por un rectángulo que gira alrededor de uno de sus lados.



## Desarrollo y área de un cilindro recto




En el desarrollo del cilindro se aprecia que su superficie lateral es un rectángulo cuya base es igual al perímetro del círculo, $2\pi r$, y cuya altura, h, es la del cilindro. Por tanto:

ÁREA LATERAL: $A_{LAT} = 2\pi r \cdot h$

ÁREA TOTAL: $A_{TOTAL}$ = Área lateral + Área de las dos bases = $2\pi r h + 2\pi r^2$

**En la web**

- Cilindro: Definiciones y desarrollo.
- Practica el cálculo de áreas y volúmenes de cilindros.
- Resuelve el problema "Recipientes 3".

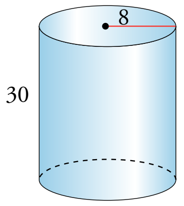
## Volumen de un cilindro

El cilindro es una figura prismática. Por tanto, su volumen es:

$$V = A_{BASE} \cdot h = \pi r^2 h$$

## Ejercicio resuelto

***Hallar el área total y el volumen de un cilindro recto de 30 cm de altura y cuya base tiene un radio de 8 cm.***




$A_{LAT} = 2\pi r h = 2\pi \cdot 8 \cdot 30 = 1\,507{,}96 \text{ cm}^2$

$A_{BASE} = \pi r^2 = \pi \cdot 8^2 = 201{,}06 \text{ cm}^2$

$A_{TOTAL} = A_{LAT} + 2A_{BASE} = 1\,910{,}08 \text{ cm}^2$

VOLUMEN $= \pi r^2 h = \pi \cdot 8^2 \cdot 30 = 6\,031{,}86 \text{ cm}^3$

**Piensa y practica**

**1.** Halla el área total y el volumen de un cilindro recto del que conocemos sus dimensiones: $r = 15$ cm y h = 2 dm.

**2.** Un bote cilíndrico de 1/3 de litro tiene un diámetro de 6,4 cm. Halla su altura en milímetros, y la superficie de la lata con la que está construido.



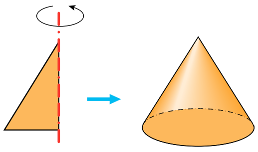
Nombre y apellidos: ............................................................ Fecha: ..............................

# 6 Conos

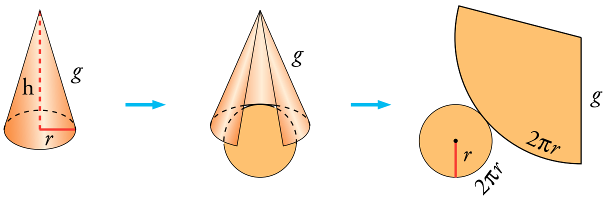
## Etimología

**Cono:** Significa *piña*. Te extraña, ¿verdad? Sin embargo, te resultará menos raro si recuerdas que los pinos son *coníferas* (que tienen conos).

Un **cono recto** es un cuerpo de revolución generado por un triángulo rectángulo que gira alrededor de uno de sus catetos.



## Desarrollo y área de un cono recto




El desarrollo lateral de un cono recto es un sector circular de radio $g$. ¿Qué porción de círculo tiene ese sector? Vamos a averiguarlo.

La circunferencia completa tiene una longitud $2\pi g$.

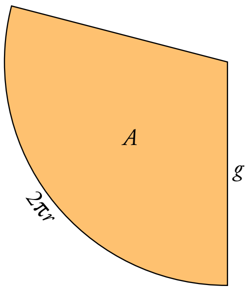
El sector tiene una longitud de $2\pi r$.

$$\frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{superficie del círculo}} = \frac{\text{longitud del arco}}{\text{superficie del sector}}$$

$$\frac{2\pi g}{\pi g^2} = \frac{2\pi r}{A} \quad \to \quad A = \frac{2\pi r \cdot \pi g^2}{2\pi g} = \pi r g$$

Por tanto:

ÁREA LATERAL: $A_{LAT} = \pi r g$ ÁREA TOTAL: $A_{TOTAL} = \pi r g + \pi r^2$




## Volumen de un cono

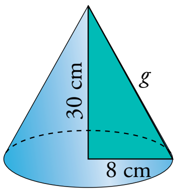
El volumen de un cono es la tercera parte del volumen de un cilindro con la misma base y la misma altura:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

**En la web**

- Cono: definiciones y desarrollo.
- Practica el cálculo de áreas y volúmenes de conos.

## Ejercicio resuelto




***Hallar el área y el volumen del cono de la izquierda.***

Cálculo de $g$: $g = \sqrt{30^2 + 8^2} = 31{,}05$ cm

$A_{TOTAL} = \pi r g + \pi r^2 = \pi \cdot 8 \cdot 31{,}05 + \pi \cdot 8^2 = 981{,}43$ cm$^2$

VOLUMEN $= \pi r^2 h/3 = \pi \cdot 8^2 \cdot 30/3 = 2\,010{,}62$ cm$^3$

## Piensa y practica

**1.** Halla el área total y el volumen de un cono recto del que conocemos sus dimensiones: $r$ = 15 cm y h = 2 dm.

**2.** Halla el área total y el volumen de un cucurucho cónico de 36 cm de altura y 30 cm de diámetro de la base.

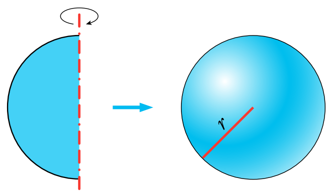


Nombre y apellidos: ........................ Fecha: ..................

# 7 Esferas

**Etimología**

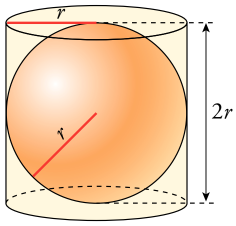
**Esfera:** Del griego *sfaira*, que significa *pelota*.



La **esfera** es una **figura de revolución,** porque se obtiene haciendo girar un semicírculo alrededor de su diámetro.

Una esfera queda determinada por su **radio.**

## Área de la esfera




El área de la superficie esférica de radio $r$ es: $A = 4\pi r^2$

Quizá te ayude a recordarla lo siguiente: la superficie esférica coincide con la superficie lateral del cilindro que la contiene; es decir, un cilindro de radio $r$ y altura $2r$. Por tanto, su área lateral es $2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2$.

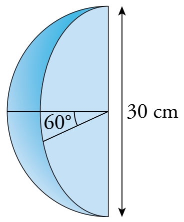
## Volumen de la esfera

El volumen de una esfera de radio $r$ es: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Este volumen es los 2/3 del volumen del cilindro que la contiene.

$$V_{\text{CILINDRO}} = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3 \rightarrow \frac{2}{3}V_{\text{CILINDRO}} = \frac{2}{3} \cdot 2\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

## Ejercicio resuelto




***Hallar el área total y el volumen de la figura representada a la izquierda (cuña esférica), en la que los dos planos que la delimitan forman un ángulo de 60°. (Se trata de un gajo que es una sexta parte de esfera).***

El área es la sexta parte de la de una esfera de radio 15 cm, más dos semicírculos:

$$A_{\text{ESFERA}} = 4\pi \cdot 15^2 = 2\,827{,}43 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{CÍRCULO}} = \pi \cdot 15^2 = 706{,}86 \text{ cm}^2$$

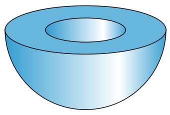
Calculamos el área y el volumen de la cuña esférica:

$$A_{\text{CUÑA}} = \frac{A_{\text{ESFERA}}}{6} + \frac{2A_{\text{CÍRCULO}}}{2} = \frac{2\,827{,}43}{6} + 706{,}86 = 1\,178{,}10 \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{CUÑA}} = \frac{V_{\text{ESFERA}}}{6} = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{15^3}{6} = 2\,356{,}19 \text{ cm}^3$$

## Piensa y practica

**1.** Halla el área total y el volumen de un trozo de esfera que es una cuarta parte de esfera de 1 m de diámetro.

**2.** 

Radio exterior = 10 cm
Radio interior = 5 cm
Halla el área total y el volumen.

En la web — Ampliación: Arquímedes y el volumen de la esfera.



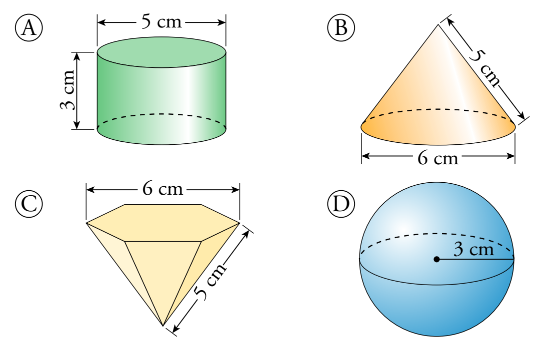
Nombre y apellidos: ........................................ Fecha: ....................

# Ejercicios y problemas

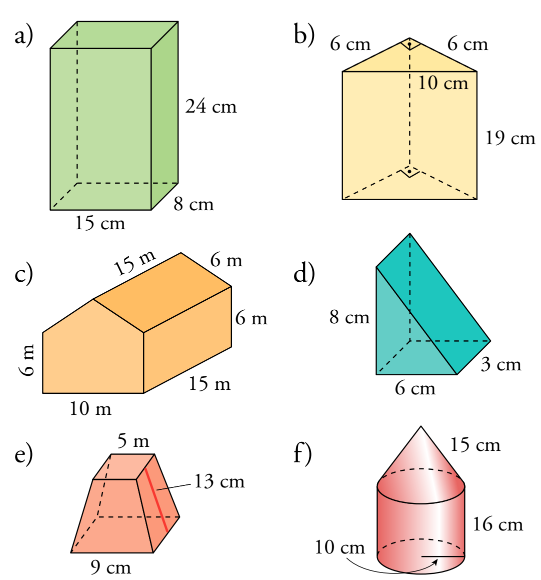
## Practica

### Desarrollos y áreas

**1.** Calcula la superficie total de cada cuerpo:




**2.** Dibuja el desarrollo plano y calcula el área total de los siguientes cuerpos geométricos:




**3.** Dibuja los siguientes cuerpos geométricos y calcula su área:

a) Prisma de altura 24 cm y cuya base es un rombo de diagonales 18 cm y 12 cm.

b) Octaedro regular de arista 18 cm.

c) Pirámide hexagonal regular de arista lateral 28 cm y arista básica 16 cm.

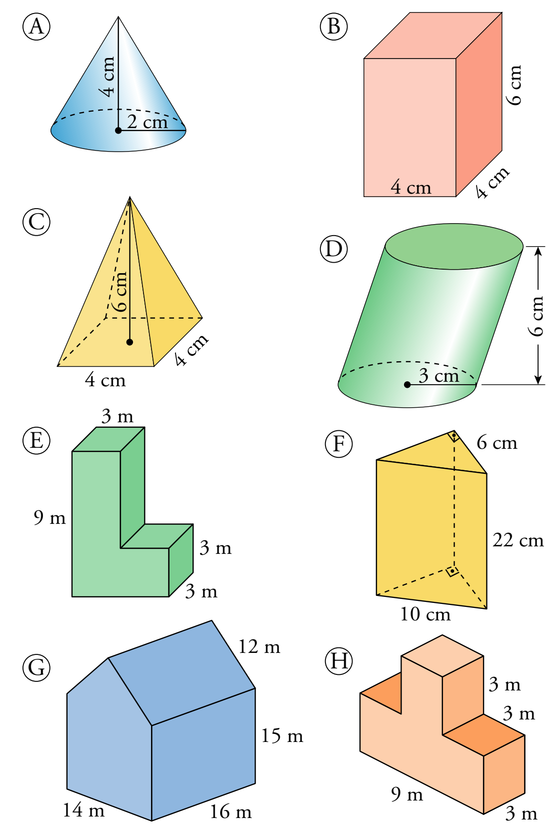
d) Pirámide de altura 25 cm y base cuadrada de lado 9 cm.

e) Cilindro de altura 17 cm y cuya circunferencia básica mide 44 cm.

f) Esfera inscrita en un cilindro de altura 1 m.

### Volúmenes

**4.** Calcula el volumen de estos cuerpos:




**5.** Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos:

a) Octaedro regular de arista 8 cm.

b) Pirámide hexagonal regular cuya arista lateral mide 17 cm y la arista de la base 10 cm.

c) Semiesfera de radio 15 cm.

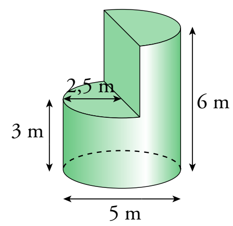
d) Cilindro inscrito en un prisma recto de base cuadrada de lado 10 cm y altura 18 cm.



Nombre y apellidos: ........................................ Fecha: ....................

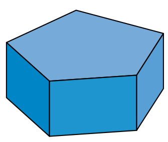
# Ejercicios y problemas

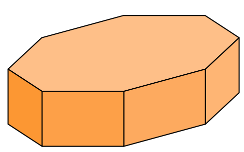
**6.** Calcula el volumen de este cuerpo:



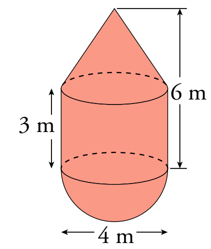

*La parte de arriba es medio cilindro.*

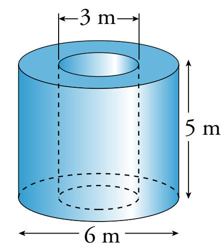
**7.** Halla las áreas y los volúmenes de estos prismas regulares. En ambos, la arista básica mide 10 cm, y la altura, 8 cm.





**8.** Calcula el volumen de estos cuerpos:




## Autoevaluación

**1.** Describe el poliedro que se obtiene truncando un octaedro regular mediante planos que cortan las aristas a un tercio de su longitud. ¿Se trata de un poliedro semirregular? Explica por qué.

**2.** Calcula la superficie total de:

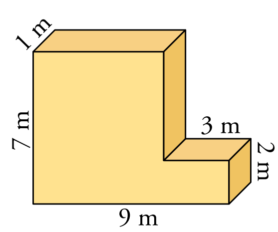
a) Una pirámide de base cuadrada en la que la arista lateral y la arista de la base son iguales y miden 10 cm.

b) Un tronco de cono cuyas bases tienen radios de 9 m y 6 m, y la generatriz mide 5 m.

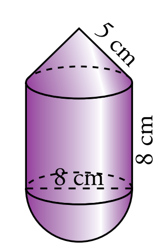
**3.** En una esfera de 8 cm de radio se dan dos cortes paralelos a distintos lados del centro, alejados de él 2 cm y 3 cm, respectivamente. Calcula la superficie de la zona esférica comprendida entre ambos cortes.

**4.** Calcula el volumen de estos cuerpos:

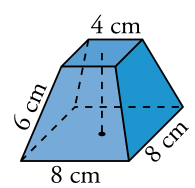
A




B




C






Nombre y apellidos: ........................................ Fecha: ....................