EJERCICIOS de POTENCIAS 4º ESO ACADÉMICAS

RECORDAR:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^0 = 1$
$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	
$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	

También es importante saber que:

$1^{algo} = 1$	$(\text{base negativa})^{par} = +$
$(-1)^{par} = 1$	$(\text{base negativa})^{impar} = -$
$(-1)^{impar} = -1$	

(Añade estas fórmulas al formulario que realizarás a lo largo del curso)

1. Expresa el resultado en forma de potencia:

a) $\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$
b) $\dfrac{1}{(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)}$
c) -128
d) $\dfrac{1}{625}$

a) $\left\{\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]^3\right\}^4$
b) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)^{-5}$
c) $(-6)^3:(-6)^{-4}$

$\dfrac{4^2\cdot 8^{-5}}{32^{-1}\cdot 16^2}$

$\dfrac{2^{-1}\cdot(2^3)^5\cdot 4\cdot 5^3}{100\cdot 2^{-2}\cdot 8} =$ *(Soluc: $5\cdot 2^{13}$)*

$\dfrac{(3^2)^3\cdot 3^{-2}\cdot(2^{-2})^3\cdot(2^2)^{-3}}{18\cdot(3^{-1})^{-2}\cdot 2^{-7}\cdot(2^2)^{-3}} =$

$\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^2}{2^{-1}} =$

Solución:

a) $\left\{\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]^3\right\}^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^{24}$
b) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)^{-5} = \left(-\frac{2}{7}\right)^{-3}$
c) $(-6)^3:(-6)^{-4} = (-6)^{3-(-4)} = (-6)^7$

Solución:

a) $\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right)^3$
b) $\dfrac{1}{(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)} = \dfrac{1}{(-5)^3} = (-5)^{-3}$
c) $-128 = (-2)^7$
d) $\dfrac{1}{625} = \dfrac{1}{5^4} = 5^{-4}$

Solución:

$$\frac{4^2\cdot 8^{-5}}{32^{-1}\cdot 16^2} = \frac{(2^2)^2\cdot(2^3)^{-5}}{(2^5)^{-1}\cdot(2^4)^2} = \frac{2^4\cdot 2^{-15}}{2^{-5}\cdot 2^8} = \frac{2^{-11}}{2^3} = 2^{-14}$$

Sol= 1

Sol=1

Operaciones con radicales:

XI. $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

XII. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

XIII. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^p}} = \left((a^p)^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{p}{mn}}$

XIV. $\sqrt[n]{a^m}\cdot\sqrt[p]{a^q} = a^{\frac{m}{n}}\cdot a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[nq]{a^{mq+np}} = \sqrt[nq]{a^{mq}\cdot a^{np}}$

1) **Cálculo y reducción**

Introduce los factores dentro del radical:

a) $2\cdot\sqrt[4]{3}$ $\qquad 2\cdot\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{2^4\cdot 3} = \sqrt[4]{16\cdot 3} = \sqrt[4]{48}$

b) $x^2\sqrt[7]{x^3}$ $\qquad x^2\sqrt[7]{x^3} = \sqrt[7]{(x^2)^7\cdot x^3} = \sqrt[7]{x^{14}\cdot x^3} = \sqrt[7]{x^{17}}$

Extrae los factores del radical:

a) $\sqrt[4]{128}$ $\qquad \sqrt[4]{128} = \sqrt[4]{2^7} = 2\sqrt[4]{2^3} = 2\sqrt[4]{8}$

b) $\sqrt[7]{x^{30}}$ $\qquad \sqrt[7]{x^{30}} = \sqrt[7]{x^{28+2}} = \sqrt[7]{x^{28}\cdot x^2} = x^4\sqrt[7]{x^2}$

Calcular las siguientes raíces:

a) $\sqrt[5]{1024}$ $\qquad \sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{2^{10}} = 2^2 = 4$

b) $\sqrt[7]{x^{84}}$ $\qquad \sqrt[7]{x^{84}} = \sqrt[7]{x^{12\cdot 7}} = \sqrt[7]{(x^{12})^7} = x^7$

Reduce a índice común

a) $\sqrt{3};\sqrt[3]{5}$ $\qquad \sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8}\ ;\quad \sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{25}$

b) $\sqrt[4]{x^3};\sqrt[6]{x^5}$ $\qquad \sqrt[4]{x^3} = \sqrt[12]{x^9};\ \sqrt[6]{x^5} = \sqrt[12]{x^{10}}$

2) **Raíz de un cociente, raíz de un producto, raíz de una potencia, raíz de una raíz, simplificación y racionalización.**

Escribe con una sóla raíz:

a) $\sqrt[5]{\sqrt{3}}$ $\qquad \sqrt[5]{\sqrt{3}} = \sqrt[10]{3}$

b) $\sqrt[7]{X^4\sqrt{x}}$ $\qquad \sqrt[7]{X^4\sqrt{x}} = \sqrt[7]{\sqrt{x^8\cdot x}} = \sqrt[14]{x^9}$

Escribe con una sóla raíz:

a) $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[4]{27}$ $\qquad \sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

b) $\sqrt[5]{x}\cdot\sqrt[5]{x^2}$ $\qquad \sqrt[5]{x}\cdot\sqrt[5]{x^2} = \sqrt[5]{x^3}$

Escribe con una sóla raíz:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$ $\qquad \dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\dfrac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$

b) $\dfrac{\sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[5]{x^3}}$ $\qquad \dfrac{\sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[5]{x^3}} = \sqrt[5]{\dfrac{x^4}{x^3}} = \sqrt[5]{x}$

3) **Operaciones**

Calcular la suma:

a) $\sqrt{40}+\sqrt{90}$ $\qquad \sqrt{40}+\sqrt{90} = \sqrt{4\cdot 10}+\sqrt{9\cdot 10} = 2\sqrt{10}+3\sqrt{10} = 5\sqrt{10}$

b) $2\sqrt{32}-\sqrt{8}$ $\qquad 2\sqrt{32}-\sqrt{8} = 2\sqrt{2^5}-\sqrt{2^3} = 2\cdot 2^2\sqrt{2}-2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}-2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{4}+\sqrt[6]{16}$ $\qquad \sqrt[3]{4}+\sqrt[6]{16} = \sqrt[3]{4}+\sqrt[6]{4^2} = \sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4}$

d) $2\sqrt{\dfrac{1}{2}}+5\sqrt{8}$ $\qquad 2\sqrt{\dfrac{1}{2}}+5\sqrt{8} = \sqrt{\dfrac{4\cdot 1}{2}}+5\sqrt{2^3} = \sqrt{2}+10\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

Calcular y simplificar:

a) $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[5]{27}$ $\qquad \sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

b) $\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[9]{x^2}$ $\qquad \sqrt[5]{x}\cdot\sqrt[5]{x^2} = \sqrt[5]{x^3}$

c) $\sqrt[5]{x^3\sqrt{x}}\cdot\sqrt{x}$ $\qquad \sqrt[5]{x^3\sqrt{x}}\cdot\sqrt{x} = \sqrt[5]{\sqrt{x\cdot x^3}}\cdot\sqrt{x} = \sqrt[10]{x^4}\cdot\sqrt{x} = \sqrt[10]{x^4}\cdot\sqrt[10]{x^5} = \sqrt[10]{x^9}$

d) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{8}$ $\qquad \sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{8} = \sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2^3} = \sqrt[12]{2^4}\cdot\sqrt[12]{2^6}\cdot\sqrt[12]{2^9} = \sqrt[12]{2^{19}} = 2\sqrt[12]{2^7}$

a) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[5]{2}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[5]{2}}=\frac{\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[5]{2}}=\frac{\sqrt[15]{2^{20}}}{\sqrt[15]{2^3}}=\sqrt[15]{2^{17}}=2\sqrt[15]{2^2}=2\sqrt[15]{4}$

b) $\frac{\sqrt[7]{x^4}}{\sqrt[14]{x^3}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt[7]{x^4}}{\sqrt[14]{x^3}}=\frac{\sqrt[14]{x^8}}{\sqrt[14]{x^3}}=\sqrt[14]{x^5}$

a) $\frac{\sqrt[6]{8^4}}{\sqrt[8]{4^3}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt[6]{8^4}}{\sqrt[8]{4^3}}=\frac{\sqrt[6]{(2^3)^4}}{\sqrt[8]{(2^2)^3}}=\frac{\sqrt[6]{2^{12}}}{\sqrt[8]{2^6}}=\frac{\sqrt[24]{(2^{12})^4}}{\sqrt[24]{(2^6)^3}}=\frac{\sqrt[24]{2^{48}}}{\sqrt[24]{2^{18}}}=\sqrt[24]{2^{30}}=\sqrt[4]{2^5}=2\sqrt[4]{2}$

b) $\frac{\sqrt[3]{X^4\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt[3]{x^4\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x}}=\frac{\sqrt[3]{\sqrt{x\cdot x^8}}}{\sqrt[4]{x}}=\frac{\sqrt[6]{x^9}}{\sqrt[4]{x}}=\frac{\sqrt[12]{x^{18}}}{\sqrt[12]{x^3}}=\sqrt[12]{x^{15}}=x\sqrt[12]{x^3}$

Calcular y simplificar

a) $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{8}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{8}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[4]{2^3}}=\frac{\sqrt[12]{2^6}\cdot\sqrt[12]{2^8}}{\sqrt[12]{2^9}}=\frac{\sqrt[12]{2^{24}}}{\sqrt[12]{2^9}}=\sqrt[12]{2^{15}}=\sqrt[4]{2^5}=2\sqrt[4]{2}$

b) $\frac{\sqrt[5]{2\sqrt{2}}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt{8}}$

$$\frac{\sqrt[5]{2\sqrt{2}}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt[5]{\sqrt{2\cdot2^2}}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt{2^3}}=\frac{\sqrt[10]{2^3}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt{2^3}}=\frac{\sqrt[30]{2^9}\cdot\sqrt[30]{2^{20}}}{\sqrt[30]{2^{45}}}=\frac{\sqrt[30]{2^{29}}}{\sqrt[30]{2^{45}}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt[30]{2^{16}}}=\frac{\sqrt[30]{2^{14}}}{\sqrt[30]{2^{16}}\cdot\sqrt[30]{2^{14}}}=\frac{\sqrt[30]{2^{14}}}{\sqrt[30]{2^{30}}}=\frac{\sqrt[30]{2^{14}}}{2}=\frac{\sqrt[15]{2^7}}{2}$$

5. Calcula:

$$\frac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt[3]{18}}=\frac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[3]{2\cdot3^2}}=\sqrt[12]{\frac{(3^3)^3}{(2\cdot3^2)^4}}=\sqrt[12]{\frac{3^9}{2^4\cdot3^8}}=\sqrt[12]{\frac{3}{2^4}}=\sqrt[12]{\frac{3}{16}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{2}}\cdot\sqrt[3]{16}=\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[3]{16}=\sqrt[6]{2\cdot16^2}=\sqrt[6]{2\cdot(2^4)^2}=\sqrt[6]{2^9}=\sqrt[6]{2^6\cdot2^3}=2\cdot\sqrt[6]{2^3}=2\cdot\sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{2}}\cdot\sqrt[3]{16}=\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[3]{16}=\sqrt[6]{2\cdot16^2}=\sqrt[6]{2\cdot(2^4)^2}=\sqrt[6]{2^9}=\sqrt[6]{2^6\cdot2^3}=2\cdot\sqrt[6]{2^3}=2\cdot\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{64^4}}}=\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{(2^6)^4}}}=\sqrt[2\cdot3\cdot4]{2^{24}}=\sqrt[24]{2^{24}}=2$$

$$\sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{8}}=\sqrt{\frac{\sqrt{3^2\cdot2}}{2\cdot2^2}}=\frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{\frac{3^2\cdot2}{2^2}}}=\frac{1}{2}\sqrt[4]{\frac{3^2\cdot2}{2^2}}=\frac{1}{2}\sqrt[4]{\frac{9}{2}}$$

$$\frac{\left(\sqrt[5]{3}\right)^4\cdot\left(\sqrt[3]{3}\right)^2}{\left(\sqrt{3^4}\right)^3}=\frac{\sqrt[5]{3^4}\cdot\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt{3^{12}}}=\frac{\sqrt[15]{(3^4)^3\cdot(3^2)^5}}{3^2}=\frac{\sqrt[15]{3^{12}\cdot3^{10}}}{3^2}=\frac{\sqrt[15]{3^{22}}}{3^2}=\sqrt[15]{\frac{3^{22}}{3^{30}}}=$$

$$=\sqrt[15]{\frac{1}{3^8}}$$

$$\sqrt{8}-\sqrt{50}-\frac{1}{2}\sqrt{98}=\sqrt{2^2\cdot2}-\sqrt{2\cdot5^2}-\frac{1}{2}\sqrt{7^2\cdot2}=2\sqrt{2}-5\sqrt{2}-7\sqrt{2}=-10\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3}-\sqrt{12}-\frac{3}{4}\sqrt{75}=\frac{1}{2}\sqrt{3}-\sqrt{2^2\cdot3}-\frac{3}{4}\sqrt{5^2\cdot3}=\frac{1}{2}\sqrt{3}-2\sqrt{3}-\frac{3\cdot5}{4}\sqrt{3}=$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{3}-2\sqrt{3}-\frac{15}{4}\sqrt{3}=-\frac{21}{4}\sqrt{3}$$

RACIONALIZA: Racionalizar es quitar del denominador las raíces.

$$\frac{1}{2\cdot\sqrt[3]{5}}=\frac{1}{2\cdot\sqrt[3]{5}}\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}=\frac{\sqrt[3]{25}}{2\cdot5}=\frac{\sqrt[3]{25}}{10}$$

$$\frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}=\frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}\left(\frac{\sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[5]{x^4}}\right)^4=\frac{\left(\sqrt[5]{x^4}\right)^4}{\left(\sqrt[5]{x^4}\right)^5}=\frac{\left[\left(x^4\right)^{\frac{1}{5}}\right]^4}{x^4}=\frac{x^{\frac{16}{5}}}{x^4}=\frac{\sqrt[5]{x^{16}}}{x^4}=\frac{\sqrt[5]{x^{15}\cdot x}}{x^4}=\frac{x^3\cdot\sqrt[5]{x}}{x^4}=\frac{\sqrt[5]{x}}{x}$$

$$\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x^5}}=\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x^5}}\left(\frac{\sqrt[6]{x^5}}{\sqrt[6]{x^5}}\right)^5=\frac{\sqrt[3]{x}\left(\sqrt[6]{x^5}\right)^5}{\left(\sqrt[6]{x^5}\right)^6}=\frac{x^{\frac{1}{3}}\left(x^5\right)^{\frac{1}{6}\times 5}}{x^5}=\frac{x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{25}{6}}}{x^5}=\frac{x^{\frac{2+25}{6}}}{x^5}=\frac{x^{\frac{27}{6}}}{x^5}=\frac{\sqrt[6]{x^{27}}}{x^5}=\frac{\sqrt[6]{x^3}}{x}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}=\frac{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}=\frac{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}=\frac{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}{3-1}=\frac{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2}{2-3}=-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2$$

$$\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2+2\cdot 2\sqrt{3}+\left(\sqrt{2}\right)^2}{\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{4\cdot 3+4\sqrt{3}+2}{4\cdot 3-2}=$$

$$=\frac{7+2\sqrt{6}}{5}$$

A. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

A.1 Definición de **logaritmo:**

Sea x un número. El logaritmo de ese número es el exponente al que hay que elevar cierta base b para obtener x:

$$x=b^y \Leftrightarrow y=\log_b x$$

Ejemplo:

El logaritmo de 16 en base 2 es el exponente al que hay que elevar la base 2 para obtener 16, es decir, cuatro:

$\log_2 16=4$, ya que $16=2^y \Leftrightarrow y=\log_2 16=4$

Cambio de base en los logaritmos: Si queremos expresar **$\log_a x$** mediante **$\log_b x$** sólo tenemos que tener en cuenta que:

$$\log_b M=\frac{\log_a M}{\log_a b}$$

Propiedades:

I.	$\log_a MN=\log_a M+\log_a N$	IV.	$\log_a 1=0$
II.	$\log_a M^p=p\cdot\log_a M$	V.	$\log_a a=1$
III.	$\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$	VI.	$a^{\log_a b}=b$

1. Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 729$

b) $\log_3 \frac{1}{9}$

c) $\log_2 \sqrt{2}$

d) $\log_2 0{,}0625$

e) $\log 100000$

f) $\log 0{,}1$

g) $\log_5 \sqrt{\frac{1}{5}}$

h) $\log_5 5^{-6}$

i) $\log\left(\frac{1}{100}\right)^2$

j) $\log_3 \sqrt[3]{81}$

k) $\mathrm{Ln}\frac{1}{e^2}$

l) $\mathrm{Ln}\sqrt{e}$

2. Halla el valor de **x** en cada caso.

a) $\log_x 16 = 2$

b) $\log_3 x = \frac{1}{2}$

c) $\log x = -1$

d) $\log_2(4x) = 3$

e) $\log(x+1) = 4$

f) $\log_x 9 = 4$

3. Sabiendo que **log A = - 1,2, log B = 0,7 y log C= 2,3;** calcula utilizando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log \frac{A \cdot B}{10C}$

b) $\log \frac{A^2}{B \cdot C}$

c) $\log \sqrt{\frac{1000 \cdot A}{B}}$

d) $\log \frac{\sqrt{A} \cdot B^2}{C^3}$

4. Halla el valor de **x** en cada caso aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log x = \log 25 - \log 3$

b) $\log x = 2\log 3 - 1$

c) $\text{Ln}x = 3\text{Ln}6 + \frac{1}{2}\text{Ln}5$

d) $\log x = \frac{1}{2}\log 25 + 2\log 3 - \log 4$

5. Expresa como un solo logaritmo en cada una de las siguientes expresiones:

a) $2\log A + 3\log B$

b) $1 + 2\log A - 2\log B$

c) $\frac{1}{2}\log_2 x - 2\log_2 y + \log_2 z$

d) $\frac{3}{4}\text{Ln}A - \frac{2}{5}\text{Ln}B$

<u>SOLUCIONES</u>

<u>1.</u>

a) $\log_3 729 = \log_3 3^6 = 6$

b) Como $\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2} \Rightarrow \quad \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$

c) $\log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

d) Sabiendo que $0{,}0625 = \frac{625}{10000} = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4} \Rightarrow \quad \log_2 0{,}0625 = \log_2 2^{-4} = -4$

e) $\log 100000 = \log 10^5 = 5$

f) $\log 0{,}1 = \log 10^{-1} = -1$

g) Si $\sqrt{\frac{1}{5}} = (5^{-1})^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{-1}{2}} \Rightarrow \quad \log_5 \sqrt{\frac{1}{5}} = \log_5 5^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$

h) $\log_5 5^{-6} = -6$

i) $\left(\frac{1}{100}\right)^2 = (10^{-2})^2 = 10^{-4} \Rightarrow \quad \log\left(\frac{1}{100}\right)^2 = \log 10^{-4} = -4$

j) Sabiendo que $\sqrt[3]{81} = (3^4)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{4}{3}} \Rightarrow \quad \log_3 \sqrt[3]{81} = \log_3 3^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3}$

k) $\text{Ln}\frac{1}{e^2} = \log_e e^{-2} = -2$

l) $\text{Ln}\sqrt{e} = \log_e e^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

<u>2.</u>

a) $\log_x 16 = 2 \quad \Rightarrow x^2 = 16 \quad \Rightarrow x = +\sqrt{16} = 4$

b) $\log_3 x = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow 3^{\frac{1}{2}} = x \quad \Rightarrow x = \sqrt{3}$

c) $\log x = -1 \quad \Rightarrow 10^{-1} = x \quad \Rightarrow x = 0{,}1$

d) $\log_2(4x) = 3 \quad \Rightarrow 4x = 2^3 \quad \Rightarrow x = \frac{8}{4} \quad \Rightarrow x = 2$

e) $\log(x+1) = 4 \quad \Rightarrow x + 1 = 10^4 \quad \Rightarrow x = 10000 - 1 \quad \Rightarrow x = 9999$

f) $\log_x 9 = 4 \quad \Rightarrow x^4 = 9 \quad \Rightarrow x = \sqrt[4]{9} \quad \Rightarrow x = \sqrt{3}$

3.

a) $\log\frac{A^2}{B\cdot C}=\log A^2-\log(BC)=2\cdot\log A-(\log B+\log C)=2\cdot(-1{,}2)-(0{,}7+2{,}3)=-5{,}4$

b) $\log\frac{A\cdot B}{10C}=\log(A\cdot B)-\log 10C=\log A+\log B-(\log 10+\log C)=-1{,}2+0{,}7-(1+2{,}3)=-3{,}8$

c) $\log\sqrt{\frac{1000A}{B}}=\log\left(\frac{1000A}{b}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log\left(\frac{1000A}{B}\right)=\frac{1}{2}(\log 1000A-\log B)=\frac{1}{2}(\log 1000+\log A-\log B)=$
$=\frac{1}{2}(3-1{,}2-0{,}7)=0{,}55$

d) $\log\frac{\sqrt{A}\cdot B^2}{C^3}=\log\left(\sqrt{A}\cdot B^2\right)-\log C^3=\log\sqrt{A}+\log B^2-\log C^3=\frac{1}{2}\log A+2\log B-3\log C=$
$=\frac{1}{2}\cdot(-1{,}2)+2\cdot 0{,}7-3\cdot 2{,}3=-6{,}1$

4.

a) $\log x=\log 25-\log 3\quad\Rightarrow\log x=\log\left(\frac{25}{3}\right)\quad\Rightarrow x=\frac{25}{3}$

b) $\log x=2\log 3-1\quad\Rightarrow\log x=\log 3^2-\log 10\quad\Rightarrow\log x=\log\left(\frac{3^2}{10}\right)\quad\Rightarrow x=\frac{9}{10}$

c) $\mathrm{Ln}x=3\mathrm{Ln}6+\frac{1}{2}\mathrm{Ln}5\quad\Rightarrow\mathrm{Ln}x=\mathrm{Ln}6^3+\mathrm{Ln}5^{\frac{1}{2}}\quad\Rightarrow\mathrm{Ln}x=\mathrm{Ln}\left(6^3\cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)\quad\Rightarrow x=216\sqrt{5}$

d) $\log x=\frac{1}{2}\log 25+2\log 3-\log 4\quad\Rightarrow\log x=\log 25^{\frac{1}{2}}+\log 3^2-\log 4\quad\Rightarrow\log x=\log\left(\frac{25^{\frac{1}{2}}\cdot 3^2}{4}\right)\quad\Rightarrow x=\frac{\sqrt{25}\cdot 9}{4}$
$x=\frac{45}{4}$

5.

a) $2\log A+3\log B=\log A^2+\log B^3=\log\left(A^2\cdot B^3\right)$

b) $1+2\log A-2\log B=\log 10+\log A^2-\log B^2=\log\left(\frac{10\cdot A^2}{B^2}\right)$

c) $\frac{1}{2}\log_2 x-2\log_2 y+\log_2 z=\log_2 x^{\frac{1}{2}}-\log_2 y^2+\log_2 z=\log_2\left(\frac{\sqrt{x}\cdot z}{y^2}\right)$

d) $\frac{3}{4}\mathrm{Ln}A-\frac{2}{5}\mathrm{Ln}B=\mathrm{Ln}A^{\frac{3}{4}}-\mathrm{Ln}B^{\frac{2}{5}}=\mathrm{Ln}\left(\frac{\sqrt[4]{A^3}}{\sqrt[5]{B^2}}\right)$