TEMA 3: ECUACIONES Y SISTEMAS

Resuelve:

a) $2x^2 - 50 = 0$ **b)** $3x^2 + 5 = 0$ **c)** $7x^2 + 5x = 0$

a) $2x^2 - 50 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

Soluciones: $x_1 = 5,\ x_2 = -5$

b) $3x^2 + 5 = 0 \rightarrow x^2 = -\frac{5}{3}$. No tiene solución.

c) $7x^2 + 5x = 0 \rightarrow x(7x + 5) = 0 \rightarrow x = 0,\ 7x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{7}$

Soluciones: $x_1 = 0,\ x_2 = -\frac{5}{7}$

Resuelve:

a) $10x^2 - 3x - 1 = 0$ **b)** $x^2 - 20x + 100 = 0$ **c)** $3x^2 + 5x + 11 = 0$

a) $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{20} = \frac{3 \pm 7}{20} = \begin{cases} 1/2 \\ -1/5 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = \frac{1}{2},\ x_2 = -\frac{1}{5}$

b) $x^2 - 20x + 100 = (x - 10)^2 = 0 \rightarrow x = 10$

Solución: $x = 10$

c) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 132}}{6}$. No tiene solución.

---

d) Hacemos el cambio $z = x^2$.

$z^2 - 9z + 20 = 0 \rightarrow z = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2} = \begin{cases} 5 \\ 4 \end{cases}$

Si $z = 5,\ x = \pm\sqrt{5}$.

Si $z = 4,\ x = \pm 2$.

Soluciones: $x_1 = \sqrt{5},\ x_2 = -\sqrt{5},\ x_3 = 2,\ x_4 = -2$

e) Sea $z = x^2 \rightarrow 4z^2 + 19z - 5 = 0$

$z = \frac{-19 \pm \sqrt{361 + 80}}{8} = \frac{-19 \pm \sqrt{441}}{8} = \frac{-19 \pm 21}{8} = \begin{cases} 1/4 \\ -5 \end{cases}$

Si $z = \frac{1}{4},\ x = \pm\frac{1}{2}$.

Si $z = -5$, no existe x.

Soluciones: $x_1 = \frac{1}{2},\ x_2 = -\frac{1}{2}$

f) Sea $z = x^2 \rightarrow z^2 + 9z + 18 = 0$

$z = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-9 \pm 3}{2} = \begin{cases} -3 \\ -6 \end{cases}$

La ecuación original no tiene solución.

Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$

b) $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{4}$

d) $\frac{x+1}{x+5} + \frac{1-x}{x-4} = \frac{5}{2}$

a) $x(x+1) + 2x(x-1) - 3(x-1)(x+1) = 0$

$x^2 + x + 2x^2 - 2x - 3x^2 + 3 = 0$

$-x + 3 = 0 \rightarrow x = 3$

Comprobamos sobre la ecuación original: $\frac{3}{2} + \frac{6}{4} = 3 \rightarrow$ es válida.

Solución: $x = 3$

b) $10(x+3) + 2x(x+2) - 3(x+2)(x+3) = 0$

$10x + 30 + 2x^2 + 4x - 3x^2 - 15x - 18 = 0$

$-x^2 - x + 12 = 0 \rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación original:

$\frac{5}{3+2} + \frac{3}{3+3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow x = 3$ es válida.

$\frac{5}{-2} + \frac{-4}{-1} = \frac{-5}{2} + 4 = \frac{3}{2} \rightarrow x = -4$ es válida.

Soluciones: $x_1 = 3,\ x_2 = -4$

c) $4x + 4 - 3x^2 = 0 \rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{6} = \frac{4 \pm 8}{6} = \begin{cases} 2 \\ -2/3 \end{cases}$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación original:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow x = 2$ es válida.

$-\frac{3}{2} + \frac{9}{4} = -\frac{3}{4} \neq \frac{3}{4} \rightarrow x = -\frac{2}{3}$ no es válida.

Solución: $x = 2$

d) $2(x+1)(x-4) + 2(1-x)(x+5) - 5(x+5)(x-4) = 0$

$2x^2 - 6x - 8 - 2x^2 - 8x + 10 - 5x^2 - 5x + 100 = 0$

$5x^2 + 19x - 102 = 0 \rightarrow x = \frac{-19 \pm \sqrt{361 + 2\,040}}{10} = \frac{-19 \pm 49}{10} = \begin{cases} 3 \\ -34/5 \end{cases}$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$\frac{3+1}{3+5} + \frac{1-3}{3-4} = \frac{4}{8} + 2 = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} \rightarrow x = 3$ es válida.

$\frac{-29/5}{-9/5} + \frac{39/5}{-54/5} = \frac{29}{9} - \frac{39}{54} = \frac{135}{54} = \frac{5}{2} \rightarrow x = -\frac{34}{5}$ es válida.

Soluciones: $x_1 = 3,\ x_2 = -\frac{34}{5}$

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $x - \sqrt{2x-3} = 1$

b) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -2$

c) $\sqrt{x^2+2x+9} - 7 = 2x$

d) $\sqrt{20-x} = x - 8$

a) $x - 1 = \sqrt{2x-3}$. Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$x^2 - 2x + 1 = 2x - 3 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = 2$

Comprobamos la solución sobre la ecuación inicial:

$2 - 1 = \sqrt{4-3}$. Es válida.

Solución: $x = 2$

b) $\sqrt{x+4} = \sqrt{6-x} - 2$. Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$x + 4 = (6 - x) + 4 - 4\sqrt{6-x} \rightarrow 2x - 6 = -4\sqrt{6-x}$

Volvemos a elevar al cuadrado los dos miembros:

$4x^2 - 24x + 36 = 16(6 - x) \rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 96 - 16x \rightarrow$

$\rightarrow 4x^2 - 8x - 60 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} = \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{5+4} \neq \sqrt{6-5} - 2 \rightarrow 3 \neq -1 \rightarrow x = 5 \text{ no es válida.} \\ \sqrt{-3+4} = \sqrt{6+3} - 2 \rightarrow 1 = 3 - 2 \rightarrow x = -3 \text{ es válida.} \end{array}\right\} \text{Solución: } x = -3$$

c) $\sqrt{x^2 + 2x + 9} = 2x + 7$. Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$x^2 + 2x + 9 = 4x^2 + 28x + 49 \rightarrow 3x^2 + 26x + 10 = 0$

$$x = \frac{-26 \pm \sqrt{676 - 480}}{6} = \frac{-26 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{-26 \pm 14}{6} = \begin{cases} -2 \\ -20/3 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{4 - 4 + 9} - 7 = -4 \rightarrow x = -2 \text{ es válida.} \\ \sqrt{\frac{400}{9} - \frac{40}{3} + 9} - 7 \neq \frac{-40}{3} \rightarrow x = -\frac{20}{3} \text{ no es válida.} \end{array}\right\} \text{Solución: } x = -2$$

d) Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$20 - x = x^2 + 64 - 16x \rightarrow x^2 - 15x + 44 = 0$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 176}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{15 \pm 7}{2} = \begin{cases} 11 \\ 4 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{20 - 11} = 11 - 8 \rightarrow x = 11 \text{ es válida.} \\ \sqrt{20 - 4} \neq 4 - 8 \rightarrow x = 4 \text{ no es válida.} \end{array}\right\} \text{Solución: } x = 11$$

Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^{x^2-5} = 81$ **b)** $2^{x+1} = \sqrt[3]{4}$

c) $4^x + 4^{x+2} = 272$ **d)** $2^x + 2^{x+3} = 36$

e) $5^x = 193$ **f)** $2^{x^2-2} = 835$

a) $3^{x^2-5} = 81$

$3^{x^2-5} = 3^4$

$x^2 - 5 = 4$

$x^2 = 9$

$x = \sqrt{9} = \pm 3$

Soluciones: $x_1 = 3,\ x_2 = -3$

b) $2^{x+1} = \sqrt[3]{4}$

$2^{x+1} = 2^{2/3}$

$x + 1 = \frac{2}{3}$

$x = -\frac{1}{3}$

Solución: $x = -\frac{1}{3}$

c) $4^x + 4^{x+2} = 272$

$4^x + 4^x \cdot 4^2 = 272$

$4^x + 16 \cdot 4^x = 272$

$17 \cdot 4^x = 272$

$4^x = \frac{272}{17}$

$4^x = 16$

$x = 2$

Solución: $x = 2$

d) $2^x + 2^{x+3} = 36$

$2^x + 2^x \cdot 2^3 = 36$

$2^x + 8 \cdot 2^x = 36$

$9 \cdot 2^x = 36$

$2^x = \frac{36}{9}$

$2^x = 4$

$x = 2$

Solución: $x = 2$

e) $5^x = 193$

$\log 5^x = \log 193$

$x \cdot \log 5 = \log 193$

$x = \dfrac{\log 193}{\log 5} \approx 3{,}27$

Solución: $x = 3{,}27$

f) $2^{x^2-2} = 835$

$\log (2^{x^2-2}) = \log 835$

$(x^2 - 2) \cdot \log 2 = \log 835$

$x^2 - 2 = \dfrac{\log 835}{\log 2}$

$x^2 = \dfrac{\log 835}{\log 2} + 2$

$x = \pm\sqrt{\dfrac{\log 835}{\log 2} + 2} \approx \pm 3{,}42$

Soluciones: $x_1 \approx 3{,}42$; $x_2 \approx -3{,}42$

Aplica la definición de logaritmo para calcular x en cada caso:

a) $\log_2 (2x - 1) = 3$ **b)** $\log_2 (x + 3) = -1$

c) $\log 4x = 2$ **d)** $\log (x - 2) = 2{,}5$

e) $\log (3x + 1) = -1$ **f)** $\log_2 (x^2 - 8) = 0$

a) $\log_2 (2x - 1) = 3$

$2^3 = 2x - 1$

$8 + 1 = 2x$

$x = \dfrac{9}{2}$

Solución: $x = \dfrac{9}{2}$

b) $\log_2 (x + 3) = -1$

$2^{-1} = x + 3$

$\dfrac{1}{2} = x + 3$

$x = \dfrac{-5}{2}$

Solución: $x = \dfrac{-5}{2}$

c) $\log 4x = 2$

$10^2 = 4x$

$100 = 4x$

$x = 25$

Solución: $x = 25$

d) $\log (x - 2) = 2{,}5$

$10^{2{,}5} = x - 2$

$10^{5/2} = x - 2$

$\sqrt{10^5} + 2 = x$

$x = 2 + 100\sqrt{10}$

Solución: $x = 2 + 100\sqrt{10}$

e) $\log (3x + 1) = -1$

$10^{-1} = 3x + 1$

$\dfrac{1}{10} = 3x + 1$

$x = \dfrac{-3}{10}$

Solución: $x = \dfrac{-3}{10}$

f) $\log_2 (x^2 - 8) = 0$

$2^0 = x^2 - 8$

$1 + 8 = x^2$

$9 = x^2$

$x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

Soluciones: $x_1 = 3$, $x_2 = -3$

Resuelve.

a) $4^{x^2-2x-8} = \dfrac{1}{1\,024}$ **b)** $3^{2x-1} = \sqrt{27}$

c) $2^{x+1} + 2^{x+3} = 320$ **d)** $2{,}5^x = 49$

a) $4^{x^2-2x-8} = \dfrac{1}{1\,024}$

$4^{x^2-2x-8} = 4^{-5}$

$x^2 - 2x - 8 = -5$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$

b) $3^{2x-1} = \sqrt{27}$

$3^{2x-1} = 3^{3/2}$

$2x - 1 = \dfrac{3}{2}$

$x = \dfrac{5}{4}$

Solución: $x = \dfrac{5}{4}$

c) $2^{x+1} + 2^{x+3} = 320$

$2^x \cdot 2 + 2^x \cdot 2^3 = 320$

$2 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^x = 320$

$10 \cdot 2^x = 320$

$2^x = \dfrac{320}{10} = 32 = 2^5$

$x = 5$

Solución: $x = 5$

d) $2{,}5^x = 49$

$\log 2{,}5^x = \log 49$

$x \cdot \log 2{,}5 = \log 49$

$x = \dfrac{\log 49}{\log 2{,}5} \approx 4{,}25$

Solución: $x \approx 4{,}25$

Resuelve.

a) $\dfrac{x+7}{x+3} + \dfrac{x^2-3x+6}{x^2+2x-3} = 1$ **b)** $\dfrac{x+1}{x^2-2x} + \dfrac{x-1}{x} = 2$

a) Observamos que $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$.

$(x+7)(x-1) + (x^2 - 3x + 6) = x^2 + 2x - 3$

$x^2 + 6x - 7 + x^2 - 3x + 6 - x^2 - 2x + 3 = 0$

$x^2 + x + 2 = 0$. Esta ecuación no tiene soluciones.

b) $x + 1 + (x-1)(x-2) - 2(x^2 - 2x) = 0$

$x + 1 + x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 4x = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \dfrac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$\dfrac{4}{3} + \dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{3} = 2 \rightarrow x = 3$ es válida.

$\dfrac{0}{3} + \dfrac{-2}{-1} = 2 \rightarrow x = -1$ es válida.

Soluciones: $x_1 = 3,\ x_2 = -1$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^4 - 10x^3 + 5x^2 + 40x - 36 = 0$

a)

	1	−10	5	40	−36
1		1	−9	−4	36
	1	−9	−4	36	0
2		2	−14	−36	
	1	−7	−18	0	
9		9	18		
	1	2	0		

El polinomio factorizado es: $(x-1)(x-2)(x-9)(x+2)$

Soluciones: $x_1 = 1,\ x_2 = 2,\ x_3 = 9,\ x_4 = -2$

Resuelve.

a) $\log_7 (5x + 6) = 2$ **b)** $\log_3 (2 - 3x) = 0$

c) $\log \left(\sqrt{x} - 3\right) = -1$ **d)** $\log_2 (x^2 - 3x) = 2$

a) $\log_7 (5x + 6) = 2$

$7^2 = 5x + 6$

$49 = 5x + 6$

$49 - 6 = 5x$

$43 = 5x$

$x = \dfrac{43}{5}$

Solución: $x = \dfrac{43}{5}$

b) $\log_3 (2 - 3x) = 0$

$3^0 = 2 - 3x$

$1 = 2 - 3x$

$3x = 2 - 1$

$3x = 1$

$x = \dfrac{1}{3}$

Solución: $x = \dfrac{1}{3}$

c) $\log (\sqrt{x} - 3) = -1$

$10^{-1} = \sqrt{x} - 3$

$\dfrac{1}{10} + 3 = \sqrt{x}$

$\dfrac{31}{10} = \sqrt{x}$

$x = \left(\dfrac{31}{10}\right)^2 = \dfrac{961}{100}$

d) $\log_2 (x^2 - 3x) = 2$

$2^2 = x^2 - 3x$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \dfrac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 4,\ x_2 = -1$

Resuelve estos sistemas:

a) $\begin{cases} x - y = 15 \\ xy = 100 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$

a) $\left.\begin{aligned} x - y &= 15 \\ xy &= 100 \end{aligned}\right\}$ $\begin{aligned} &x = 15 + y \\ &(15 + y)y = 100 \rightarrow y^2 + 15y - 100 = 0 \end{aligned}$

$$y = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 400}}{2} = \frac{-15 \pm 25}{2} = \begin{cases} 5 \\ -20 \end{cases}$$

Si $y = 5 \rightarrow x - 5 = 15 \rightarrow x = 20$

Si $y = -20 \rightarrow x + 20 = 15 \rightarrow x = -5$

Soluciones: $x_1 = 20,\ y_1 = 5;\ x_2 = -5,\ y_2 = -20$

b) $\left.\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 41 \\ x^2 - y^2 &= 9 \end{aligned}\right\}$

$2x^2 \quad = 50 \rightarrow x = \pm 5$

Si $x = 5 \rightarrow 25 + y^2 = 41 \rightarrow y = \pm 4$

Si $x = -5 \rightarrow 25 + y^2 = 41 \rightarrow y = \pm 4$

Soluciones: $x_1 = 5,\ y_1 = 4;\ x_2 = 5,\ y_2 = -4;\ x_3 = -5,\ y_3 = 4;\ x_4 = -5,\ y_4 = -4$

c) $\left.\begin{aligned} x^2 + xy + y^2 &= 21 \\ x + y &= 1 \end{aligned}\right\}$ $x = 1 - y$

$(1 - y)^2 + (1 - y)y + y^2 = 21 \rightarrow y^2 - 2y + 1 - y^2 + y + y^2 - 21 = 0$

$$y^2 - y - 20 = 0 \rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} = \begin{cases} 5 \\ -4 \end{cases}$$

Si $y = 5 \rightarrow x = -4$

Si $y = -4 \rightarrow x = 5$

Soluciones: $x_1 = -4,\ y_1 = 5;\ x_2 = 5,\ y_2 = -4$

Resuelve los siguientes sistemas:

$a)$ $\left.\begin{aligned} 3x + 2y &= 64 \\ \log x - \log y &= 1 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow 3x + 2y = 64 \\ &\rightarrow x/y = 10 \end{aligned} \Bigg\} \begin{aligned} &\rightarrow 3x + 2y = 64 \\ &\rightarrow x = 10y \end{aligned} \Bigg\} e_2$ en e_1

$$3(10y) + 2y = 64;\ 32y = 64;\ \boxed{x = 20;\ y = 2}$$

$b)$ $\left.\begin{aligned} x - y &= 9 \\ \log x + \log y &= 1 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow x - y = 9 \\ &\rightarrow xy = 10 \end{aligned} \Bigg\} \begin{aligned} &\rightarrow x = 9 + y \\ &\rightarrow xy = 10 \end{aligned} \Bigg\} e_1$ en $e_2: (9 + y)y = 10$

$$9y + y^2 = 10 \rightarrow \begin{cases} \boxed{y_1 = 1;\quad x_1 = 10} \\ \boxed{y_2 = -10;\quad x_2 = -1} \end{cases}$$

Se descarta la segunda solución por no existir logaritmos de números negativos; por tanto: $\boxed{x = 10;\quad y = 1}$

$c)$ $\left.\begin{aligned} \log x + \log y &= 3 \\ \log x - \log y &= 1 \end{aligned}\right\}$ $\left.\begin{aligned} \log x + \log y &= 3 \\ \log x - \log y &= 1 \end{aligned}\right\} \log x = 2 \rightarrow x = 100$

$2\log x \quad = 4$

$$2 + \log y = 3;\ \log y = 1;\ \boxed{x = 100;\quad y = 10}$$

$d)\quad \left.\begin{array}{r} 2\log x-3\log y=7 \\ \log x+\log y=1 \end{array}\right\}$ Cambio de variable $\left.\begin{array}{c} \\ \log x=u;\quad \log y=v \end{array}\right\}\left.\begin{array}{r} 2u-3v=7 \\ u+v=1 \end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{r} 2u-3v=7 \\ -2u-2v=-2 \end{array}\right\}\quad v=-1;\quad u=2$$
$$-5v=5$$

Se deshace el cambio: $\begin{array}{l} \log x=u=2; \\ \log y=v=-1; \end{array}\boxed{x=100;\quad y=10^{-1}}$

$e)\quad \left.\begin{array}{r} \log x+5\log y=7 \\ \log \dfrac{x}{y}=1 \end{array}\right\}\quad \left.\begin{array}{r} \log x+5\log y=7 \\ \log x-\log y=1 \end{array}\right\}\begin{array}{c} \longrightarrow \\ \xrightarrow{(-1)} \end{array}\left.\begin{array}{r} \log x+5\log y=7 \\ -\log x+\log y=-1 \end{array}\right\}$

$$6\log y=6$$

Si $\log y=1\Rightarrow \boxed{y=10}$; sustituyendo el valor de y en la 1ª ecuación:

$\log x+5\log 10=7;\quad \log x+5\cdot 1=7;\quad \log x=2\Rightarrow \boxed{x=100}$

Se deshace el cambio: $\left.\begin{array}{l} 2^x=u=4=2^2 \\ 5^y=v=5=5^1 \end{array}\right\}\boxed{x=2;\quad y=1}$

Comprobación: $\left.\begin{array}{l} 2^4+5^2=41 \\ 2^2+5^1=9 \end{array}\right\}$

$h)\quad \left.\begin{array}{r} 2^x-3^{y-1}=5 \\ 2^{x+1}+8\cdot 3^y=712 \end{array}\right\}\quad \left.\begin{array}{r} \to\ 2^x-3^{-1}\cdot 3^y=5 \\ \to 2^1\cdot 2^x+8\cdot 3^y=712 \end{array}\right\}$ Cambio de variable $\left.\begin{array}{c} \\ 2^x=u;\quad 3^y=v \end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{r} u-\dfrac{v}{3}=5 \\ 2u+8v=712 \end{array}\right\}\left.\begin{array}{l} \to u-\dfrac{v}{3}=5 \\ \to u=\dfrac{712-8v}{2}=356-4v \end{array}\right\}$$

$$356-4v-\frac{v}{3}=5;\quad 351=\frac{13v}{3};\quad \boxed{v=81;\quad u=32}$$

Se deshace el cambio: $\begin{array}{l} 2^x=u=32=2^5; \\ 3^y=v=81=3^4; \end{array}\boxed{x=5;\quad y=4}$

$f)\quad \left.\begin{array}{r} 2\log x+\log y=5 \\ \log(xy)=4 \end{array}\right\}\quad \left.\begin{array}{r} 2\log x+\log y=5 \\ \log x+\log y=4 \end{array}\right\}\begin{array}{c} \longrightarrow \\ \xrightarrow{(-1)} \end{array}\left.\begin{array}{r} 2\log x+\log y=5 \\ -\log x-\log y=-4 \end{array}\right\}$

$$\log x\qquad =1$$

Si $\log x=1\Rightarrow \boxed{x=10}$; sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación:

$2\log 10+\log y=5;\quad 2\cdot 1+\log y=5;\quad \log y=3\Rightarrow \boxed{y=1000}$

La comprobación es inmediata.

$g)\quad \left.\begin{array}{r} 2^x+5^y=9 \\ 2^{x+2}+5^{y+1}=41 \end{array}\right\}\quad \left.\begin{array}{r} 2^x+5^y=9 \\ 4\cdot 2^x+5\cdot 5^y=41 \end{array}\right\}$ Cambio de variable $\left.\begin{array}{c} \\ 2^x=u;\quad 5^y=v \end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{r} u+v=9 \\ 4u+5v=41 \end{array}\right\}\begin{array}{c} \xrightarrow{x(-5)} \\ \longrightarrow \end{array}\left.\begin{array}{r} -5u-5v=-45 \\ 4u+5v=41 \end{array}\right\}\quad u=4;\quad v=5$$
$$-u\qquad =-4$$

$i)\quad \left.\begin{array}{r} 2^x+5^y=9 \\ 2^{x+2}-5^{y+1}=-9 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{r} 2^x+5^y=9 \\ 4\cdot 2^x-5\cdot 5^y=-9 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{c} \text{Cambio de variable} \\ 2^x=u;\quad 5^y=v \end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{r} u+v=9 \\ 4u-5v=-9 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{x5} \\ \longrightarrow \end{array} \left.\begin{array}{r} 5u+5v=45 \\ \underline{4u-5v=-9} \end{array}\right\} \to u=4;\quad v=5$$

$$9u \qquad =36$$

Se deshace el cambio: $\begin{array}{l} 2^x=u=4; \\ 5^y=v=5; \end{array} \boxed{x=2;\quad y=1}$