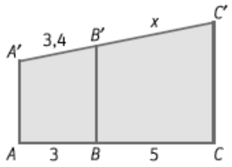
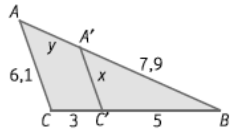
SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS MANDADOS EN CUARENTENA DE MATEMÁTICAS 3º ESO TEMA 6 Y 7

51. Calcula las medidas desconocidas en cada caso.

a)



b)



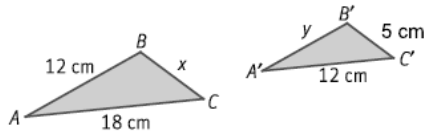
a) Por el teorema de Tales los segmentos son proporcionales.

$$\frac{3,4}{3}=\frac{x}{5}\Rightarrow x=\frac{3,4\cdot 5}{3}=5,67$$

b) Los dos triángulos son semejantes por estar en posición de Tales.

$$\frac{5}{8}=\frac{x}{6,1}\Rightarrow x=\frac{5\cdot 6,1}{8}=3,8125 \qquad \frac{7,9}{7,9+y}=\frac{5}{8}\Rightarrow y=\frac{8\cdot 7,9}{5}-7,9=4,74$$

52. Indica la razón de semejanza entre los triángulos *ABC* y *A´B´C´* de la figura y calcula las longitudes de *x* e *y*.



La razón de semejanza es $k=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$

$ABC:\ x\cdot\frac{2}{3}=5\Rightarrow x=\frac{5\cdot 3}{2}=7,5$ cm

$A'B'C':\ 12\cdot\frac{2}{3}=y\Rightarrow y=8$ cm

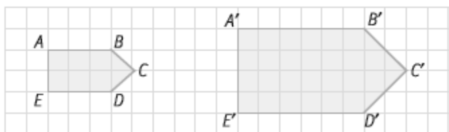
53. Los lados de un cuadrilátero miden 12, 15, 16 y 20 cm. ¿Cuánto miden los lados del cuadrilátero semejante al anterior y con perímetro 21 cm?

El perímetro del cuadrilátero de lados 12, 15, 16 y 20 cm es 63. Por tanto la razón de semejanza es $k=\frac{21}{63}=\frac{1}{3}$.

Lado 12 cm $\Rightarrow\ 12\cdot\frac{1}{3}=4$ cm   Lado 15 cm $\Rightarrow\ 15\cdot\frac{1}{3}=5$ cm

Lado 16 cm $\Rightarrow\ 16\cdot\frac{1}{3}=\frac{16}{3}$ cm   Lado 20 cm $\Rightarrow\ 20\cdot\frac{1}{3}=\frac{20}{3}$ cm

54. Calcula la razón de semejanza y la razón entre las áreas de los polígonos de las figuras.



a) Calcula las áreas de los dos polígonos.

b) Comprueba que su razón de semejanza es igual al cuadrado de la razón de semejanza.

a) El área de la primera figura es 7 u^2, y el de la segunda, 28 u^2.

b) Los polígonos de las figuras son semejantes porque:

- Sus ángulos correspondientes son iguales.
- Sus lados correspondientes son proporcionales, con razón de proporcionalidad directa $k = 2$.

$\overline{AB}=3;\ \overline{A'B'}=6\ \Rightarrow\ \overline{A'B'}=2\cdot\overline{AB}$ $\overline{DE}=3;\ \overline{D'E'}=6\ \Rightarrow\ \overline{D'E'}=2\cdot\overline{DE}$

$\overline{BC}=\sqrt{2};\ \overline{B'C'}=2\sqrt{2}\ \Rightarrow\ \overline{B'C'}=2\cdot\overline{BC}$ $\overline{EA}=2;\ \overline{E'A'}=4\ \Rightarrow\ \overline{E'A'}=2\cdot\overline{EA}$

$\overline{CD}=\sqrt{2};\ \overline{C'D'}=2\sqrt{2}\ \Rightarrow\ \overline{C'D'}=2\cdot\overline{CD}$

La razón entre las áreas de las dos figuras es $k^2=\frac{28}{7}=4$. La razón de semejanza de sus áreas es igual al cuadrado de la razón de semejanza.

57. Dos botellas de refresco son semejantes y tienen volúmenes de 0,640 L y 0,270 L.

a) Calcula la razón de semejanza de las dos botellas.

b) Calcula la razón de las áreas de las botellas.

c) Si la altura de la botella menor es de 30 cm, ¿cuál es la altura de la botella mayor?

a) Como la razón de semejanza de los dos volúmenes de las botellas es $k^3 = \frac{0,640}{0,270} = \frac{64}{27}$, entonces la razón de semejanza de las dos botellas será $k = \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{4}{3}$.

b) La razón de semejanza de las áreas de las botellas es $k^2 = \frac{16}{9}$.

c) Si la altura de la botella menor es de 30 cm, entonces la altura de la botella mayor será $30 \cdot \frac{4}{3} = 40$ cm.

58. Dos frascos de perfume son semejantes. Las capacidades respectivas son de 80 cm^3 y 270cm^3.

a) Halla el área del mayor si la del menor es de 112 cm^2.

b) Halla la altura del menor si la del mayor es de 6,6 cm.

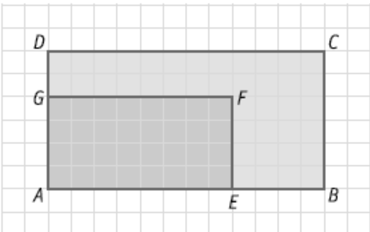
Como la razón de semejanza de los dos volúmenes de los perfumes es $k^3 = \frac{270}{80} = \frac{27}{8}$, entonces la razón de semejanza de las dos botellas será $k = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$ y la razón de las dos áreas $k^2 = \frac{9}{4}$.

a) El área del frasco mayor será $112 \cdot \frac{9}{4} = 252 \text{ cm}^2$.

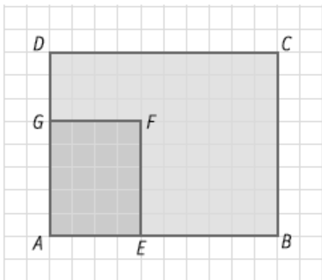
b) La altura del frasco menor será $6,6 : \frac{3}{2} = 4,4 \text{ cm}$.

101. Comprueba si los siguientes rectángulos son o no semejantes. En caso afirmativo, indica la razón de semejanza:

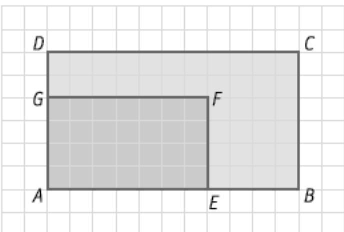
a)



c)



b)



a) Los rectángulos son semejantes porque:

- Sus ángulos correspondientes son iguales, al ser todos ángulos rectos.
- Sus lados correspondientes son proporcionales: $\frac{12}{8} = \frac{6}{4} = 1,5$

La razón de semejanza es k = 1,5.

b) Los rectángulos no son semejantes porque sus lados correspondientes no son proporcionales: $\frac{11}{6} \neq \frac{7}{4}$

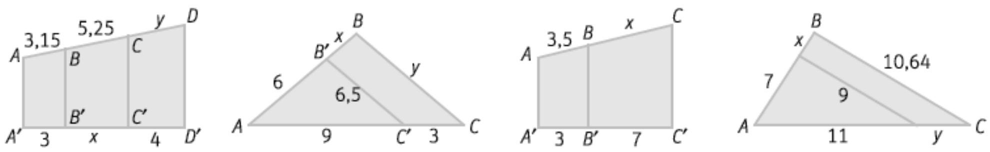
c) Los rectángulos son semejantes porque:

- Sus ángulos correspondientes son iguales, al ser todos ángulos rectos.
- Sus lados correspondientes son proporcionales: $\frac{10}{5}=\frac{8}{4}=2$

La razón de semejanza es $k = 2$.

102. Calcula los lados desconocidos aplicando el teorema de Tales.

a) **b)** **c)**
d)



a) Por el teorema de Tales los segmentos son proporcionales: $\frac{3,15}{3}=\frac{x}{7}\Rightarrow x=\frac{3,15\cdot 7}{3}=7,35$

b) Los dos triángulos son semejantes por estar en posición de Tales:

$$\frac{12}{9}=\frac{y}{6,5}=\frac{6+x}{6}\Rightarrow x=\frac{6\cdot 12-9\cdot 6}{9}=2;\ y=\frac{6,5\cdot 12}{9}=\frac{26}{3}$$

c) Por el teorema de Tales los segmentos son proporcionales:

$$\frac{3,15}{3}=\frac{5,25}{x}=\frac{y}{4}\Rightarrow x=\frac{3\cdot 5,25}{3,15}=5;\ y=\frac{4\cdot 3,15}{3}=4,2$$

d) Los dos triángulos son semejantes por estar en posición de Tales:

$$\frac{10,64}{9}=\frac{11+y}{11}=\frac{7+x}{7}\Rightarrow x=\frac{7\cdot 10,64-9\cdot 7}{9}=1,276;\ y=\frac{11\cdot 10,64-9\cdot 11}{9}=2$$

104. En cada caso, comprueba si los triángulos *ABC* y *DEF* son o no semejantes.

a) $\widehat{A}=30°$ **AB = 3 cm** **AC = 5,4 cm**
$\widehat{D}=30°$ **DE = 6,3 cm** **DF = 11,34 cm**

b) $\widehat{A}=45°$ $\widehat{B}=65°$ $\widehat{D}=45°$ $\widehat{F}=70°$

c) **AB = 2 cm** **AC = 5 cm** **BC = 6 cm**
DE = 6 cm **DF = 15 cm** **EF = 18 cm**

d) **AB = 5 cm** **AC = 8 cm** **BC = 10 cm**
DE = 12,5 cm **DF = 20 cm** **EF = 24 cm**

a) Los triángulos son semejantes porque:

- Tienen dos lados proporcionales, $\frac{11,34}{5,4}=\frac{6,3}{5,4}=2,1$
- El ángulo que determinan los lados proporcionales es igual, 30°.

b) Los triángulos son semejantes porque tienen dos ángulos iguales.

$\widehat{A}=45°$ $\widehat{B}=65°$ $\widehat{C}=180°-65°-45°=70°$

$\widehat{D}=45°$ $\widehat{F}=70°$ $\widehat{E}=180°-70°-45°=65°$

c) Los triángulos son semejantes porque tienen tres lados proporcionales: $\frac{18}{6}=\frac{15}{3}=\frac{6}{2}=3$

d) Los triángulos no son semejantes porque no tienen los lados proporcionales: $\frac{24}{20}=2,4\neq 2,5=\frac{20}{2,5}=\frac{12,5}{5}$

106. Un rectángulo tiene por lados 8 y 16 cm. Otro rectángulo, semejante al anterior, tiene por perímetro 36 cm. Calcula los lados de este nuevo rectángulo.

El perímetro del primer rectángulo es 48 cm.

La razón de semejanza de los dos rectángulos es $k = \frac{36}{48} = \frac{3}{4}$.

Los lados del nuevo rectángulo medirán:

Lados 8 cm $\Rightarrow 8 \cdot \frac{3}{4} = 6$ cm   Lados 16 cm $\Rightarrow 16 \cdot \frac{3}{4} = 12$ cm

107. Los lados de un pentágono miden 2, 4, 5, 5 y 8 cm. Calcula los lados de un pentágono, semejante al anterior, cuyo perímetro mide 12 cm.

El perímetro del pentágono de lados 2, 4, 5, 5 y 8 cm es 24.

Por tanto la razón de semejanza es $k = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$.

Los lados del nuevo pentágono medirán:

Lado 2 cm $\Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ cm   Lados 5 cm $\Rightarrow 5 \cdot \frac{1}{2} = 2{,}5$ cm

Lado 4 cm $\Rightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$ cm   Lado 8 cm $\Rightarrow 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$ cm

108. Los lados de un cuadrilátero miden 5, 5, 6 y 10 cm. El lado mayor de otro cuadrilátero, semejante al anterior, mide 15 cm. Calcula el resto de lados de este nuevo cuadrilátero y comprueba que la razón de los perímetros coincide con la razón de semejanza.

La razón de semejanza de los dos cuadriláteros es $k = \frac{15}{10} = 1{,}5$.

Los lados del nuevo cuadrilátero medirán:

Lados 5 cm $\Rightarrow 5 \cdot 1{,}5 = 7{,}5$ cm   Lado 6 cm $\Rightarrow 6 \cdot 1{,}5 = 9$ cm   Lado 10 cm $\Rightarrow 10 \cdot 1{,}5 = 15$ cm

El perímetro del cuadrilátero original es 26 cm y, el del nuevo cuadrilátero, 39.

La razón de los perímetros es $\frac{39}{26} = 1{,}5$, que coincide con la razón de semejanza.

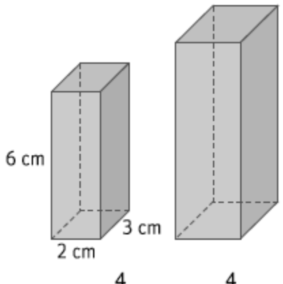
109. Los lados de un rectángulo miden 4 cm y 25 cm. Otro rectángulo, semejante al anterior, tiene un área de 900 cm^2. Calcula los lados de este nuevo rectángulo.

El área del primer rectángulo es 100 cm^2.

La razón de las áreas es $k^2 = \frac{900}{100} = 9$; por tanto, la razón de semejanza es $k = \sqrt{9} = 3$.

Así, las longitudes de los lados del rectángulo semejantes son $4 \cdot 3 = 12$ cm y $25 \cdot 3 = 75$ cm.

110. Los ortoedros de la figura son semejantes. Calcula las dimensiones del ortoedro mayor si su volumen es $\frac{256}{3}$ cm^3.



El volumen del primer ortoedro es $V = 2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$ cm^3.

La razón de los volúmenes es $k^3 = \frac{256}{3} : 36 = \frac{256}{108} = \frac{64}{27}$.

Por tanto, la razón de semejanza es $k = \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{4}{3}$.

Así, las longitudes de los lados del ortoedro semejante son $2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \approx 2{,}67$ cm, $3 \cdot \frac{4}{3} = 4$ y $6 \cdot \frac{4}{3} = 8$ cm.

Las dimensiones del ortoedro mayor son $2{,}67 \times 4 \times 8$ cm.

TEMA 7: TEOREMA DE PITÁGORAS

18. Completa la siguiente tabla en tu cuaderno:

cateto *b*	**cateto *c***	**hipotenusa *a***
63 dm	**16 dm**	65dm
1,3 m	8,4 m	**8,5 m**
11 cm	$\frac{48}{5}$ **cm**	14,6cm
10 cm	11,18 cm	**15 cm**

21. Comprueba si los siguientes segmentos forman o no un triángulo rectángulo:

a) $a = 39$ cm $b = 80$ cm $c = 90$ cm

b) $a = 20$ cm $b = 101$ cm $c = 99$ cm

c) $a = 2$ cm $b = \frac{8}{3}$ cm $c = \frac{10}{3}$ cm

d) $a = \sqrt{131}$ dm $b = \sqrt{125}$ dm $c = 16$ dm

a) $39^2 + 80^2 = 7921 \neq 90^2 = 8100$. No forman triángulo rectángulo

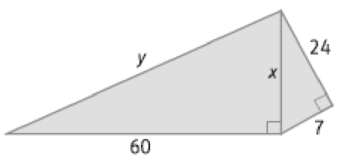
b) $20^2 + 99^2 = 10201 = 101^2$. Forman triángulo rectángulo

c) $2^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2 = 4 + \frac{64}{9} = \frac{100}{9} = \left(\frac{10}{3}\right)^2$. Forman triángulo rectángulo

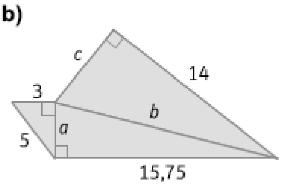
d) $\left(\sqrt{131}\right)^2 + \left(\sqrt{125}\right)^2 = 131 + 125 = 256 = 16^2$. Forman triángulo rectángulo

23. Calcula la medida de los lados desconocidos en las siguientes figuras:

a)



b)



a) $x^2 = 24^2 + 7^2 = 625 \Rightarrow x = 25$

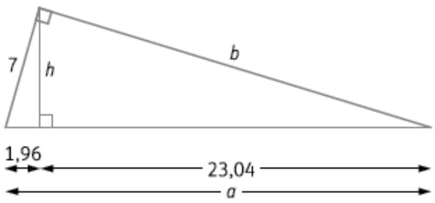
$y^2 = x^2 + 60^2 \Rightarrow y^2 = 625 + 3600 = 4225 \Rightarrow y = 65$

b) $5^2 = a^2 + 3^2 \Rightarrow a^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow a = 4$

$b^2 = a^2 + 15{,}75^2 \Rightarrow b = \sqrt{16 + 15{,}75^2} = 16{,}25$

$b^2 = 14^2 + c^2 \Rightarrow 16{,}25^2 = 196 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{16{,}25^2 - 196} = 8{,}25$

24. Observa los ángulos rectos de la figura y calcula la altura y la longitud de la rampa.



$7^2 = 1{,}96^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{7^2 - 1{,}96^2} = 6{,}72$ m

$b^2 = h^2 + 23{,}04^2 = 6{,}72^2 + 23{,}04^2 \Rightarrow b = \sqrt{6{,}72^2 + 23{,}04^2} = 24$ m

33. Halla el perímetro y el área de un triángulo isósceles de lados 5, 5 y 8 cm.

Perímetro: 5+5+8 = 18 cm

Calculamos primero la altura del triángulo con el Teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

Área: $A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{8 \cdot 3}{2} = 12\ \text{cm}^2$.

25. Calcula la altura de un triángulo equilátero de 6 cm de lado.

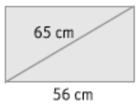
Usamos el Teorema de Pitágoras para calcular la altura del triángulo. Para ello consideramos el triángulo de catetos 3 cm y la altura a determinar e hipotenusa 6 cm.

$l = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} \Rightarrow l = 5{,}20$ cm

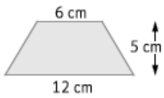
Área: $A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{6 \cdot 5{,}20}{2} \Rightarrow A = 15{,}6\ \text{cm}^2$

34. Calcula el perímetro y el área de las figuras:

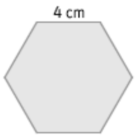
a)



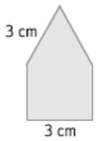
c)



b)



d)



a) Lado: $l = \sqrt{65^2 - 56^2} = 33$ cm Perímetro: $P = 2 \cdot 56 + 2 \cdot 33 = 178$ cm Área: $A = b \cdot h = 56 \cdot 33 = 1848\ \text{cm}^2$

b) Apotema: $a = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3{,}46$ cm Perímetro: $P = 6 \cdot 4 = 24$ cm Área: $A = \dfrac{P \cdot a}{2} = 41{,}52\ \text{cm}^2$

c) Lado: $l = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5{,}83$ cm Perímetro: $P = 5{,}83 \cdot 2 + 6 + 12 = 29{,}66$ cm Área: $A = \dfrac{B + b}{2} \cdot h = 45\ \text{cm}^2$

d) Dividimos la figura en un triángulo equilátero y un cuadrado, ambos de lado 3 cm,

Triángulo: $A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{3 \cdot \sqrt{3^2 - 1{,}5^2}}{2} = 3{,}9\ \text{cm}^2$ Cuadrado: $A = l^2 = 3^2 = 9\ \text{cm}^2$

Figura total: Perímetro: $P = 5 \cdot 3 = 15$ cm Área: $A = 9 + 3{,}9 = 12{,}9\ \text{cm}^2$

35. Calcula el área de un rombo de lado 13 cm si se sabe que dos vértices opuestos están distanciados 10 cm entre sí.

Área del rombo: $A = \dfrac{D \cdot d}{2}$

Necesitamos calcular la otra diagonal y para ello usaremos el teorema de Pitágoras.

$\dfrac{D}{2} = \sqrt{l^2 - \left(\dfrac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \Rightarrow D = 24$ cm

Por tanto $A = \dfrac{24 \cdot 10}{2} = 120\ \text{cm}^2$

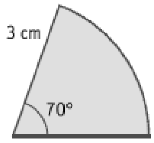
37. Calcula el área de un círculo inscrito en un cuadrado de lado 5 cm.

El radio del círculo será la mitad del lado del cuadrado en el que está inscrito, es decir 2,5cm.

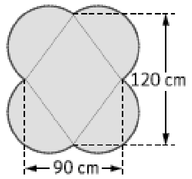
$A = \pi r^2 = 2{,}5^2 \pi = 19{,}64\ \text{cm}^2$

38. Calcula el perímetro exterior y el área de estas figuras:

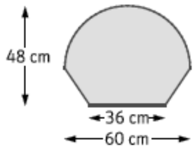
a)



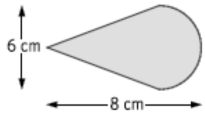
c)



b)



d)



a) Perímetro exterior: $P = 3 + 3 + \frac{2 \cdot \pi \cdot 3}{360} \cdot 70 = 9{,}67$ cm Área: $A = \frac{\pi \cdot 3^2}{360} \cdot 70 = 5{,}50$ cm^2

b) Dividimos la figura en un semicírculo y un trapecio:

Semicírculo: Perímetro exterior: $l = \frac{2 \cdot \pi \cdot 30}{360} 180 = 94{,}25$ cm Área: $A = \frac{\pi \cdot 30^2}{360} \cdot 180 = 1413{,}72$ cm^2

Para el trapecio necesitamos el lado: $l^2 = (48-30)^2 + \left(\frac{60-36}{2}\right)^2 = 18^2 + 12^2 \Rightarrow l = 21{,}63$ cm

Trapecio: Perímetro exterior: $P = 21{,}63 \cdot 2 + 36 = 79{,}26$ cm Área: $A = \frac{B+b}{2} h = \frac{60+36}{2} 18 = 864$

Figura total: Perímetro: $P = 79{,}26 + 94{,}25 = 173{,}51$ cm Área: $A = 864 + 1413{,}72 = 2277{,}72$ cm^2

c) Dividimos la figura en cuatro semicírculos y un rombo. O lo que es equivalente, dos círculos y un rombo.

Lados del rombo (que será el diámetro de los círculos): $l^2 = \left(\frac{120}{2}\right)^2 + \left(\frac{90}{2}\right)^2 = 60^2 + 45^2 \Rightarrow l = 75$ cm

Rombo: Área: $A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{120 \cdot 90}{2} = 5400$ cm^2

Círculos: Perímetro exterior: $l = (2 \cdot \pi \cdot 37{,}5) \cdot 2 = 471{,}24$ cm

Área: $A = 2 \cdot (\pi \cdot r^2) = 2 \cdot (\pi \cdot 37{,}5^2) = 8835{,}73$ cm^2

Figura total: Perímetro: $P = l = 471{,}24$ cm

Área: $A = 5400 + 8835{,}73 = 14253{,}73$ cm^2

d) Dividimos la figura en un triángulo isósceles y un semicírculo de radio 3.

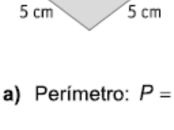
Triángulo: Perímetro exterior: $P = 2 \cdot \left(\sqrt{5^2 + 3^2}\right) = 11{,}66$ Área: $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$ cm^2

Semicírculo: Perímetro exterior: $l = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3}{360} 180 = 9{,}42$ cm Área: $A = \frac{\pi \cdot 3^2}{360} \cdot 180 = 14{,}14$ cm^2

Figura total: Perímetro: $P = 11{,}66 + 9{,}42 = 21{,}08$ cm Área: $A = 15 + 14{,}14 = 29{,}14$ cm^2

56. Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras.

a)



b)

a) Perímetro: $P = 5 \cdot 4 = 20$ cm

Por Pitágoras, $\frac{d}{2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25-16} = 3 \Rightarrow d = 6$ cm Área: $A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24$ cm^2

b) Perímetro: $P = 3{,}5 \cdot 2 + 10 + 6 = 23$ cm

Por Pitágoras, $h = \sqrt{3{,}5^2 - 2^2} = \sqrt{12{,}25 - 4} = 2{,}87$ cm Área: $A = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{10+6}{2} \cdot 2{,}87 = 22{,}96$ cm^2

57. Calcula el perímetro y el área de un rectángulo si uno de sus lados mide 40 cm y sus diagonales miden 60 cm.

Calculamos primero la altura del rectángulo: $l = \sqrt{60^2 - 40^2} = \sqrt{2000} = 10\sqrt{20}$ cm

Perímetro: $P = 2 \cdot 40 + 2 \cdot 10\sqrt{20} = 80 + 20\sqrt{20}$ cm

Área: $P = b \cdot h = 40 \cdot 10\sqrt{20} = 400\sqrt{20}$ cm^2

58. Las diagonales de un cuadrado miden $\sqrt{18}$ cm. Calcula el perímetro y el área del cuadrado.

Usamos el Teorema de Pitágoras, considerando el triángulo de catetos el lado e hipotenusa la diagonal del cuadrado,

$18 = l^2 + l^2 \Rightarrow 18 = 2l^2 \Rightarrow l^2 = 9 \Rightarrow l = 3$ cm.

El lado del cuadrado mide 3 cm y por tanto,

Perímetro: $P = 4 \cdot l = 4 \cdot 3 = 12$ cm

Área: $A = l^2 = 3^2 = 9$ cm^2

59. Calcula el lado y el área de un polígono regular de 12 lados sabiendo que su radio es de 7,727 dm, y su apotema, de 7,464 dm.

$\frac{l}{2} = \sqrt{r^2 - a^2} = \sqrt{7,727^2 - 7,464^2} = \sqrt{3,995} = 1,998 \Rightarrow l = 3,997$ dm

$P = 3,997 \cdot 12 = 47,97$ dm

$A = \frac{P \cdot a}{2} = 179,03$ dm^2

60. Calcula la apotema y el área de un polígono regular de 15 lados si su radio mide 12,024 m, y su lado, 5 m

$12,024^2 = a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = a^2 + 2,5^2 \Rightarrow a = \sqrt{138,327} = 11,76$ dm

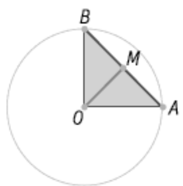
Perímetro: $P = 5 \cdot 15 = 75$ m

Área: $A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{75 \cdot 11,76}{2} = 441,05$ m^2

61. La circunferencia de la figura tiene por radio 7 cm y la distancia de la cuerda AB al centro O es de 5 cm.

a) Calcula la longitud de la cuerda

b) Halla el área del triángulo sombreado



a) $AM = \sqrt{7^2 - 5^2} = \sqrt{49 - 25} = 4,9$ cm $\qquad AB = AM \cdot 2 = 9,8$ cm

b) $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{9,8 \cdot 5}{2} = 24,5$ cm^2

62. Calcula el área del segmento circular de amplitud 60° y de radio 2 cm.

El área del sector circular es: $A = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi \cdot 4}{360} \cdot 60 = \frac{2\pi}{3} = 2,09$ cm^2

Ahora calculamos el área del triángulo equilátero que sobra, sabiendo que la base son 2 cm y calculando la altura por Pitágoras: $h = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ cm

Área triángulo: $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ cm^2

El área es la diferencia: $A = 2,09 - \sqrt{3} = 0,36$ cm^2

63. Halla el área de un triángulo rectángulo cuyas medidas de los lados son tres números naturales consecutivos.

Sean los lado a, $a + 1$ y $a + 2$.

Como se trata de un triángulo rectángulo puedo aplicar el Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + (a+1)^2 = (a+2)^2 \Rightarrow a^2 + a^2 + 2a + 1 = a^2 + 4a + 4 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0$$

Resolviendo al ecuación de segundo grado y quedándonos solo con la solución positiva tenemos que $a = 3$

Por tanto, los lados del triángulo son 3, 4 y 5.

64. Calcula el perímetro y el área de un triángulo. isósceles inscrito en un cuadrado de lado 10 cm, de forma que el lado desigual del triángulo coincide con uno de los lados del cuadrado y el vértice opuesto a dicho lado está situado en el punto medio del lado del cuadrado.

Lado del triángulo isósceles: $l = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11{,}18$ cm

Perímetro del triángulo: $P = 10 + 11{,}18 \cdot 2 = 32{,}36$ cm

Área triángulo: $A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{10 \cdot 10}{2} = 50\ \text{cm}^2$

65. Un rectángulo tiene dos lados de medida el doble que los otros dos. El perímetro coincide con el de un cuadrado de lado 20 cm. Calcula la diagonal del rectángulo.

Sean los lados l y $2l$.

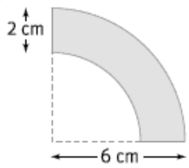
El perímetro de un cuadrado de lado 20 cm es $P = 20 \cdot 4 = 80$ cm

Por tanto, perímetro: $P = l + l + 2l + 2l = 6l = 80 \Rightarrow l = 13{,}33$ cm

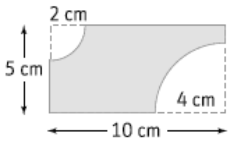
Diagonal: $d = \sqrt{l^2 + (2l)^2} = \sqrt{13{,}33^2 + 26{,}66^2} = 29{,}81$ cm

67. Calcula el área sombreada en las siguientes figuras.

a)



b)

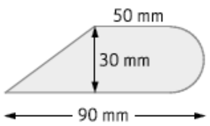


a) $A = \dfrac{\pi \cdot (R^2 - r^2)}{360} \cdot 90 = \dfrac{\pi \cdot (6^2 - 4^2)}{360} \cdot 90 = \dfrac{20\pi}{360} \cdot 90 = 15{,}71\ \text{cm}^2$

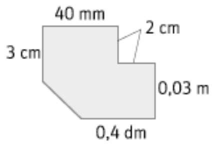
b) $A = b \cdot h - \dfrac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot 90 - \dfrac{\pi \cdot R^2}{360} \cdot 90 = 10 \cdot 5 - \dfrac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 90 - \dfrac{\pi \cdot 4^2}{360} \cdot 90 = 50 - \dfrac{4\pi}{4} - \dfrac{16\pi}{4} = 34{,}29\ \text{cm}^2$

69. Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras:

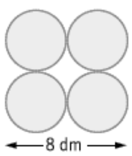
a)



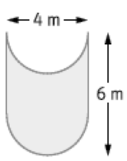
c)



b)



d)



a) Dividimos la figura en un triángulo, un rectángulo y un semicírculo.

Área: $A = \dfrac{25 \cdot 30}{2} + 30 \cdot 50 + \dfrac{\pi \cdot 15^2}{2} = 375 + 1500 + 353{,}43 = 2228{,}43\ \text{cm}^2$

Perímetro: $P = \sqrt{30^2 + 25^2} + 25 + 50 \cdot 2 + \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 15}{2} = 211{,}17$ cm

b) El área es la suma del área de los cuatro círculos y el perímetro la suma de la longitud de las circunferencias. Las circunferencias tienen un radio de 2 dm.

Área: $A = 4 \cdot (\pi \cdot 2^2) = 16\pi = 50{,}27\ \text{dm}^2$

Perímetro: $P = 4 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 2) = 16\pi = 50{,}27$ dm

c) Podemos considerar la figura como un rectángulo al que le faltan un triángulo rectángulo de lado 2 cm y un cuadrado de lado 2 cm. Además vamos a trabajar en cm para que sea más fácil operar.

Área: $A = A_R - A_T - A_C = 6 \cdot 5 - \frac{2 \cdot 2}{2} - 2^2 = 30 - 2 - 4 = 24 \text{ cm}^2$

Perímetro: $P = 3 + 4 + 2 + 2 + 3 + 4 + \sqrt{2^2 + 2^2} = 20,83 \text{ cm}$

d) Podemos considerar la figura como un cuadrado de lado 4 m para calcular el área, ya que el semicírculo que falta por un lado sería el que sobresale por el otro. Para el perímetro podemos considerar la longitud de la circunferencia entera y dos de los lados del cuadrado.

Área: $A = 4 \cdot 4 = 16 \text{ m}^2$

Perímetro: $P = 4 + 4 + 2 \cdot \pi \cdot r = 4 + 4 + 4\pi = 20,57 \text{ m}$