Buenas días chicos: espero y deseo que todos estéis bien, así como vuestras familias, OS MANDO LAS SOLUCIONES DE LA SEGUNDA PARTE DE LAS ACTIVIDADES DEL TEMA 7, referidas a Ecuaciones de la recta y Problemas de incidencia. Espero que el enlace que os envié os haya servido

Os doy un correo de contacto por si tenéis que remitirme dudas, actividades, etc.

angifersal12@gmail.com

y mirad mi página web con frecuencia por si subo material nuevo

Gracias y a cuidarse

21. Indica si $A(0, -1)$ y $B(6, -1)$ pertenecen o no a las rectas.

a) $r: \begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2-t \end{cases}$ **b)** $s: 2x - 3y = 15$

a) A sí pertenece a la recta r porque $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2-t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = 3+3t \\ -1 = -2-t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \end{cases}$

B no pertenece a la recta r porque $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2-t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 = 3+3t \\ -1 = -2-t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$

b) A no pertenece a la recta s porque $2 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) = 3 \neq 15$

B sí pertenece a la recta s porque $2 \cdot 6 - 3 \cdot (-1) = 12 + 3 = 15$

22. Halla un punto, un vector director y un vector normal de cada una de las siguientes rectas.

a) $4x - 3y - 1 = 0$ **b)** $y = x$ **c)** $(x, y) = (-3, 2) + t(-1, 4)$

Llamamos P a un punto de la recta, $\vec{v}$, a un vector director, y $\vec{n}$, a un vector normal.

a) $P(1, 1)$, $\vec{v} = (3, 4)$ y $\vec{n} = (4, -3)$

b) $P(0, 0)$, $\vec{v} = (1, 1)$ y $\vec{n} = (1, -1)$

c) $P(-3, 2)$, $\vec{v} = (-1, 4)$ y $\vec{n} = (4, 1)$

23. Halla dos puntos de cada una de las siguientes rectas y el vector director.

a) $(x, y) = (1, 1) + t(0, -3)$ **c)** $y - 3 = -2(x + 5)$

b) $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3-5t \end{cases}$ **d)** $x = \dfrac{y+4}{5}$

Llamamos P y Q a dos puntos de la recta, y $\vec{v}$, a un vector director.

a) Si $t = 0 \Rightarrow x = 1, y = 1 \Rightarrow P(1, 1)$

Si $t = 1 \Rightarrow x = 1, y = -2 \Rightarrow Q(1, -2)$

$\vec{v} = (0, -3)$

b) Si $t = 0 \Rightarrow x = 0, y = 3 \Rightarrow P(0, 3)$

Si $t = 1 \Rightarrow x = 2, y = -2 \Rightarrow Q(2, -2)$

$\vec{v} = (2, -5)$

c) Si $x = 0, y = -7 \Rightarrow P(0, -7)$

Si $x = -1, y = -5 \Rightarrow P(-1, -5)$

$y - 3 = -2(x + 5) \Rightarrow 2x + y + 7 = 0 \Rightarrow \vec{v} = (-1, 2)$

d) Si $x = 0, y = -4 \Rightarrow P(0, -4)$

Si $x = 1, y = 1 \Rightarrow P(1, 1)$

$x = \dfrac{y+4}{5} \Rightarrow 5x - y - 4 = 0 \Rightarrow \vec{v} = (1, 5)$

25. Calcula la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos:

a) $P(-2, 3)$ y $Q(1, 2)$ **b)** $P(0, 3)$ y $Q(-2, -3)$

a) El vector $\overline{PQ} = (3, -1)$ es el vector director de la recta. La ecuación continua es $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{-1}$.

b) El vector $\overline{PQ} = (-2, -6)$ es el vector director de la recta. La ecuación continua es $\dfrac{x}{-2} = \dfrac{y-3}{-6}$.

26. Calcula la ecuación general de la recta que pasa por $P(-2, 3)$ y tiene pendiente $m = -4$.

Como $m = -4$, un vector director de la recta es $\vec{v} = (1, -4)$. Por tanto, la ecuación general de la recta es de la forma $4x + y + k = 0$, con $k \in \mathbb{R}$. Como la recta pasa por $P(-2, 3)$, entonces $4 \cdot (-2) + 3 + k = 0 \Rightarrow k = 5$

La ecuación general de la recta que pasa por $P(-2, 3)$ y tiene pendiente $m = -4$ es $4x + y + 5 = 0$.

IMPORTANTE

27. Calcula, en todas sus formas posibles, la ecuación de la recta en los siguientes casos.

a) Pasa por el punto $A(5, -2)$ y lleva dirección del vector $\vec{u} = (1, -3)$.

b) Pasa por el punto $A(-5, 4)$ y tiene pendiente $m = -2$.

c) Pasa por los puntos $A(-1, 3)$ y $B(5, -2)$

Calcula la pendiente y la ordenada en el origen de cada una.

a) Un vector director es $\vec{u}(-1, 3)$. Por tanto, la pendiente de la recta es $m = -3$.

Ecuación vectorial: $(x, y) = (5, -2) + t(1, -3)$

Ecuación general: $3x + y - 13 = 0$

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$ donde $t \in \mathbb{R}$

Ecuación explícita: $y = -3x + 13$

Ecuación continua: $\dfrac{x-5}{1} = \dfrac{y+2}{-3}$

Ecuación punto – pendiente: $y + 2 = -3(x - 5)$

La ordenada en el origen es $n = 13$.

b) La pendiente de la recta es $m = -2$. Por tanto, un vector director es $\vec{v}(1, -2)$.

Ecuación vectorial: $(x, y) = (-5, 4) + t(1, -2)$

Ecuación general: $2x + y + 6 = 0$

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = -5 + t \\ y = 4 - 2t \end{cases}$ donde $t \in \mathbb{R}$

Ecuación explícita: $y = -2x - 6$

Ecuación continua: $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y-4}{-2}$

Ecuación punto – pendiente: $y - 4 = -2(x + 5)$

La ordenada en el origen es $n = -6$.

c) La recta pasa por $A(-1, 3)$ y $B(5, -2)$. Por tanto, un vector director es $\vec{v}(6, -5)$. La pendiente es $m = -\dfrac{5}{6}$.

Ecuación vectorial: $(x, y) = (-1, 3) + t(6, -5)$

Ecuación general: $5x + 6y - 13 = 0$

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$ donde $t \in \mathbb{R}$

Ecuación explícita: $y = \dfrac{-5x}{6} + \dfrac{13}{6}$

Ecuación continua: $\dfrac{x+1}{6} = \dfrac{y-3}{-5}$

Ecuación punto – pendiente: $y - 3 = -\dfrac{5}{6}(x + 1)$

La ordenada en el origen es $n = \dfrac{13}{6}$.

28. Estudia la posición relativa de las rectas.

a) r: $2x + y - 5 = 0$ y s: $4x + 3y = 11$

b) $r: -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{4}y + \dfrac{5}{4} = 0$ y s: $2x - 3y - 5 = 0$

a) $\dfrac{2}{4} \neq \dfrac{1}{3} \Rightarrow$ Rectas secantes

b) $-\dfrac{1}{2} : 2 = -\dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4} : (-3) = \dfrac{5}{4} : (-5) \Rightarrow$ Rectas coincidentes

30. Calcula el valor de m para que las rectas r: $5x + my + 1 = 0$ y s: $-x - y + 3 = 0$ sean paralelas. ¿Hay algún valor de m que las haga coincidentes? ¿Y secantes?

$\dfrac{5}{-1} = \dfrac{m}{-1} \Rightarrow m = 5 \Rightarrow \dfrac{5}{-1} = \dfrac{5}{-1} \neq \dfrac{1}{3}$

Para $m \neq 5$ las rectas son secantes y para $m = 5$ las rectas son paralelas.

31. Halla la ecuación de la recta paralela a r: $3x - 4y = 12$ y que pasa por el punto $P(5, -5)$.

Las rectas paralelas a r: $3x - 4y = 12$ son de la forma $3x - 4y + k = 0$.

Como la recta pasa por P, entonces $3 \cdot 5 - 4 \cdot (-5) + k = 0 \Rightarrow k = -35$.

La ecuación de la recta es: $3x - 4y - 35 = 0$

32. Halla la ecuación de la recta perpendicular a r: $-2x - 4y = 5$ y que pasa por el origen de coordenadas.

Las rectas perpendiculares a r: $-2x - 4y = 5$ son de la forma $-4x + 2y + k = 0$.

Como la recta pasa por el origen de coordenadas, entonces $-4 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + k = 0 \Rightarrow k = 0$.

La ecuación de la recta perpendicular a r pasando por el origen de coordenadas es: $-4x + 2y = 0$

33. Dada la recta de ecuaciones paramétricas r: $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$:

a) Calcula su ecuación general.

b) Halla la recta paralela a r que pasa por $A(-1, 4)$.

c) ¿Cuál es la ecuación de la perpendicular a r que pasa por $(-2, 2)$?

a) $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y+1}{3} \Rightarrow 3x - 6 = -2y - 2 \Rightarrow 3x + 2y - 4 = 0$

b) Las rectas paralelas a r: $3x + 2y - 4 = 0$ son de la forma $3x + 2y + k = 0$.

Como la recta pasa por A, entonces $3 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 + k = 0 \Rightarrow k = -5$.

La ecuación de la recta paralela a r pasando por A es: $3x + 2y - 5 = 0$

c) Las rectas perpendiculares a r: $3x + 2y - 4 = 0$ son de la forma $2x - 3y + k = 0$.

Como la recta pasa por A, entonces $2 \cdot (-2) - 3 \cdot 2 + k = 0 \Rightarrow k = 10$.

La ecuación de la recta perpendicular a r pasando por $(-2, 2)$ es: $2x - 3y + 10 = 0$

34. Halla la ecuación explícita de la recta que pasa por el punto $A(-2, 4)$ y es paralela a la que tiene por ecuación $7x - 14y + 3 = 0$.

Las rectas paralelas a r: $7x - 14y + 3 = 0$ son de la forma $7x - 14y + k = 0$.

Como la recta pasa por A, entonces $7 \cdot (-2) - 14 \cdot 4 + k = 0 \Rightarrow k = 70$.

La ecuación de la recta paralelas a r pasando por A es: $7x - 14y + 70 = 0$

Despejando y se obtiene su ecuación explícita: $y = \dfrac{7x}{14} + \dfrac{70}{14}$. Es decir, $y = \dfrac{x}{2} + 5$

35. Comprueba si las rectas r y s son perpendiculares.

a) r: $\dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{5}y = -6$ y s: $\dfrac{5}{6}x - \dfrac{3}{5}y = -8$

b) r: $\dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{4}y = 0$ y s: $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 - \dfrac{9}{8}t \end{cases}$

c) r: $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 - \dfrac{1}{2}t \end{cases}$ y s: $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -4 + 10t \end{cases}$

a) Un vector director de la recta r es $\vec{v} = \left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{1}{2}\right)$ y uno de la recta s es $\vec{w} = \left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{5}{6}\right)$.

$\vec{v} \cdot \vec{w} = \left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{1}{2}\right) \cdot \left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{5}{6}\right) = \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{5}{6} = \dfrac{9}{25} + \dfrac{5}{12} = \dfrac{233}{300} \neq 0 \Rightarrow$ Las rectas no son perpendiculares.

b) Un vector director de la recta r es $\vec{v} = \left(\dfrac{-1}{4}, \dfrac{2}{3}\right)$ y uno de la recta s es $\vec{w} = \left(-3, \dfrac{-9}{8}\right)$.

$\vec{v} \cdot \vec{w} = \left(\dfrac{-1}{4}, \dfrac{2}{3}\right) \cdot \left(-3, \dfrac{-9}{8}\right) = \dfrac{-1}{4} \cdot (-3) + \dfrac{2}{3} \cdot \left(\dfrac{-9}{8}\right) = \dfrac{3}{4} - \dfrac{18}{24} = \dfrac{3}{4} - \dfrac{3}{4} = 0 \Rightarrow$ Las rectas son perpendiculares.

c) Un vector director de la recta r es $\vec{v} = \left(5, \dfrac{-1}{2}\right)$ y uno de la recta s es $\vec{w} = (1, 10)$.

$\vec{v} \cdot \vec{w} = \left(5, \dfrac{-1}{2}\right) \cdot (1{,}10) = 5 \cdot 1 + \left(\dfrac{-1}{2}\right) \cdot 10 = 5 - 5 = 0 \Rightarrow$ Las rectas son perpendiculares.

64. Determina el vector director, un vector normal y un punto de las siguientes rectas.

a) $\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y+4}{5}$

b) $(x, y) = (4, 0) + t(2, -6)$

c) $\begin{cases} x = 2-t \\ y = 5+3t \end{cases}$

d) $4x - y = 0$

a) $P(3, -4)$, $\vec{v} = (-2, 5)$ y $\vec{n} = (5, 2)$

b) $P(4, 0)$, $\vec{v} = (2, -6)$ y $\vec{n} = (6, 2)$

c) $P(2, 5)$, $\vec{v} = (-1, 3)$ y $\vec{n} = (3, 1)$

d) $P(0, 0)$, $\vec{v} = (1, 4)$ y $\vec{n} = (4, -1)$

66. Escribe de todas las formas posibles la ecuación de las siguientes rectas.

a) Pasa por el punto $A(3, 1)$ y tiene la dirección del vector $\vec{u} = (5, -2)$.

b) Pasa por el punto $A(-2, 2)$ y su pendiente es $m = -3$.

a) Ecuación vectorial: $(x, y) = (3, 1) + t(5, -2)$

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = 3+5t \\ y = 1-2t \end{cases}$ donde $t \in \mathbb{R}$

Ecuación continua: $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y-1}{-2}$

Ecuación general: $2x + 5y - 11 = 0$

Ecuación explícita: $y = \dfrac{-2x}{5}+\dfrac{11}{5}$

Ecuación punto – pendiente: $y - 1 = \dfrac{-2}{5}(x-3)$

b) Ecuación vectorial: $(x, y) = (-2, 2) + t(1, -3)$

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 2-3t \end{cases}$ donde $t \in \mathbb{R}$

Ecuación continua: $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-3}$

Ecuación general: $3x + y + 4 = 0$

Ecuación explícita: $y = -3x - 4$

Ecuación punto – pendiente: $y - 2 = -3(x + 2)$

67. Escribe de todas las formas posibles la ecuación de las rectas.

a) r: $3x - 2y = -10$

b) r: $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{2}$

c) r: $y = -2x + 3$

d) $r: \begin{cases} x = 2+2t \\ y = -1-3t \end{cases}$

a) La pendiente es $m = \dfrac{3}{2}$ y un punto por el que pasa $(0, 5)$.

Ecuación vectorial: $(x, y) = (0, 5) + t(2, 3)$

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = 0+2t \\ y = 5+3t \end{cases}$ donde $t \in \mathbb{R}$

Ecuación continua: $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-5}{3}$

Ecuación general: $3x - 2y + 10 = 0$

Ecuación explícita: $y = \dfrac{3x}{2}+5$

Ecuación punto – pendiente: $y - 5 = \dfrac{3}{2}x$

b) Un vector director $\vec{v} = (4, 2)$ y un punto por el que pasa $(3, -1)$.

Ecuación vectorial: $(x, y) = (3, -1) + t(4, 2)$

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = 3+4t \\ y = -1+2t \end{cases}$ donde $t \in \mathbb{R}$

Ecuación continua: $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{2}$

Ecuación general: $2x - 4y - 10 = 0$

Ecuación explícita: $y = \dfrac{2x}{4}-\dfrac{10}{4}$

Ecuación punto – pendiente: $y + 1 = \dfrac{2}{4}(x-3)$

c) La pendiente es $m = -2$ y un punto por el que pasa $(0, 3)$.

Ecuación vectorial: $(x, y) = (0, 3) + t(1, -2)$

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = t \\ y = 3-2t \end{cases}$ donde $t \in \mathbb{R}$

Ecuación continua: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{-2}$

Ecuación general: $2x + y - 3 = 0$

Ecuación explícita: $y = -2x + 3$

Ecuación punto – pendiente: $y - 3 = -2x$

d) Un vector director $\vec{v} = (2, -3)$ y un punto por el que pasa $(2, -1)$.

Ecuación vectorial: $(x, y) = (2, -1) + t(2, -3)$

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -1-3t \end{cases}$ donde $t \in \mathbb{R}$

Ecuación continua: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}$

Ecuación general: $3x + 2y - 4 = 0$

Ecuación explícita: $y = \dfrac{-3x}{2}+2$

Ecuación punto – pendiente: $y + 1 = \dfrac{-3}{2}(x-2)$

71. Estudia la posición relativa de estos pares de rectas y, si son secantes, halla su punto de corte.

a) *r*: $2x - 5y + 7 = 0$ **y** *s*: $x - 2y - 2 = 0$

b) *r*: $6x + 4y - 12 = 0$ **y** *s*: $3x + 2y - 6 = 0$

c) *r*: $x - 5y + 3 = 0$ **y** *s*: $3x - 15y + 8 = 0$

a) $\frac{2}{1} \neq \frac{-5}{-2} \Rightarrow$ Las rectas son secantes. Para calcular el punto de corte *P* se resuelve el sistema:

$\begin{cases} 2x - 5y + 7 = 0 \\ x - 2y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 5y + 7 = 0 \\ x = 2y + 2 \end{cases} \Rightarrow 4y + 4 - 5y + 7 = 0 \Rightarrow y = 11 \Rightarrow x = 24 \Rightarrow$ El punto de corte es *P*(24, 11).

b) $\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{-12}{-6} \Rightarrow$ Las rectas son coincidentes.

c) $\frac{1}{3} = \frac{-5}{-15} \neq \frac{3}{8} \Rightarrow$ Las rectas son paralelas.

76. Dados los puntos *A*(2, 3), *B*(–4, –1) y *C*(0, 2):

a) Calcula las ecuaciones de todas las rectas que pasan por dos de los puntos anteriores.

b) Calcula la paralela a la que contiene a *A* y a *B* y que pasa por *C*.

c) Calcula la perpendicular a la que contiene a *A* y a *B* y que pasa por *C*.

a) Ecuación de la recta que pasa por *A* y *B*:

$\frac{x-2}{-4-2} = \frac{y-3}{-1-3} \Rightarrow \frac{x-2}{-6} = \frac{y-3}{-4} \Rightarrow -4x + 8 = -6y + 18 \Rightarrow 4x - 6y = -10 \Rightarrow 2x - 3y + 5 = 0$

Ecuación de la recta que pasa por *B* y *C*:

$\frac{x-0}{-4-0} = \frac{y-2}{-1-2} \Rightarrow \frac{x}{-4} = \frac{y-2}{-3} \Rightarrow -3x = -4y + 8 \Rightarrow 3x - 4y + 8 = 0$

Ecuación de la recta que pasa por *A* y *C*:

$\frac{x-0}{2-0} = \frac{y-2}{3-2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} \Rightarrow x = 2y - 4 \Rightarrow x - 2y + 4 = 0$

b) Las rectas paralelas a $2x - 3y + 5 = 0$ son de la forma $2x - 3y + k = 0$.

Como la recta pasa por *C*, entonces $2 \cdot 0 - 3 \cdot 2 + k = 0 \Rightarrow k = 6$.

La ecuación de la recta paralela a la que contiene a *A* y a *B* y que pasa por *C* es: $2x - 3y + 6 = 0$

c) Las rectas perpendiculares a $2x - 3y + 5 = 0$ son de la forma $3x + 2y + k = 0$.

Como la recta pasa por *C*, entonces $3 \cdot 0 - 2 \cdot 2 + k = 0 \Rightarrow k = 4$.

La ecuación de la recta perpendicular a la que contiene a A y a B y que pasa por C es: $3x + 2y + 4 = 0$